

Tesina sviluppata dall'alunno Zito Fabio della classe 5 ETB.
Esami di Stato 2003 – Docente Prof. Ettore Panella

Studio della prontezza di un sistema del primo e del secondo ordine

Sistema del primo ordine.

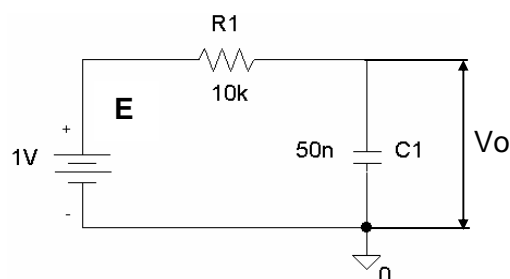
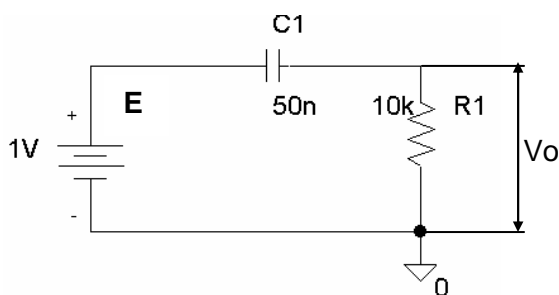
Determinare:

- le **funzioni di trasferimento** delle reti RC e CR
- il **tempo di salita (t_r)**
- il **tempo di discesa (t_f)**
- il **tempo di assestamento (t_a)**
- la **costante di tempo τ**

Utilizzare:

- **Pspice**
- **Excel**
- **VBasic 6**
- **Matlab**
- **Simulink**

Si riporta lo schema circuitale realizzato in ambiente SCHEMATICS di PSpice delle reti e la successiva analisi nel dominio di LAPLACE. Va premesso che in tale dominio le resistenze rimangono invariate, mentre i condensatori sono sostituiti da $\frac{1}{sC}$.



RETE CR

$$V_o(s) = \frac{V_i(s) \cdot R1}{R1 + \frac{1}{sC1}} \rightarrow G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R1}{sR1C1 + 1} = \frac{sR1C1}{sR1C1 + 1} = \frac{R1C1s}{R1C1(s + \frac{1}{R1C1})} = \frac{s}{s + 2000}$$

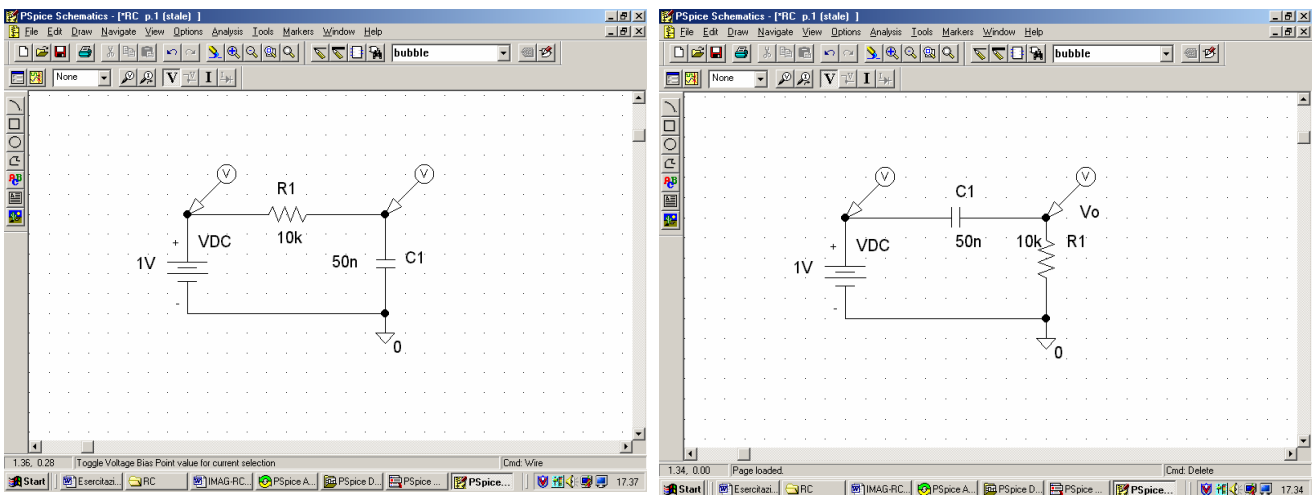
RETE RC

$$V_o(s) = \frac{V_i(s) \cdot \frac{1}{sC1}}{R1 + \frac{1}{sC1}} \rightarrow G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{sC1}}{sR1C1 + 1} = \frac{1}{sR1C1 + 1} = \frac{\frac{1}{R1C1}}{s + \frac{1}{R1C1}} = \frac{2000}{s + 2000}$$

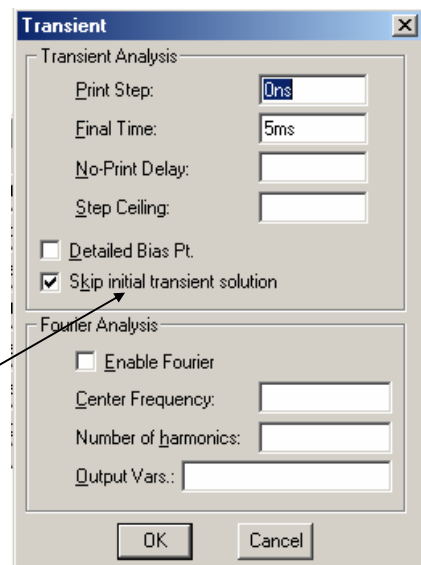
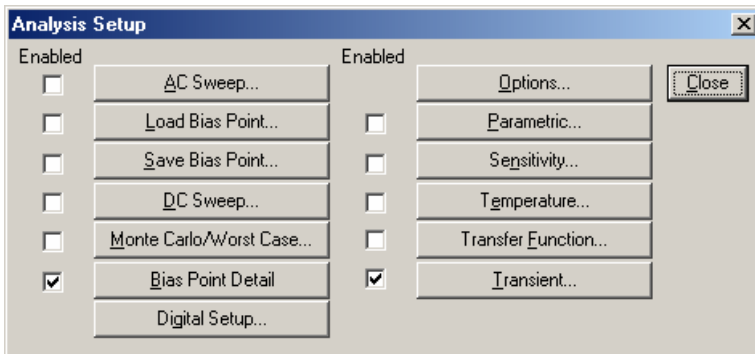
Analisi in ambiente PSPICE

L'analisi delle due reti è stata effettuata utilizzando il software applicativo PSPICE, che ha consentito di simularne il funzionamento e di analizzarne la risposta al gradino (studio della prontezza).

1. Come prima operazione si sono disegnati gli schemi circuitali in ambiente SCHEMATICS.



2. Successivamente si sono impostati i parametri della simulazione

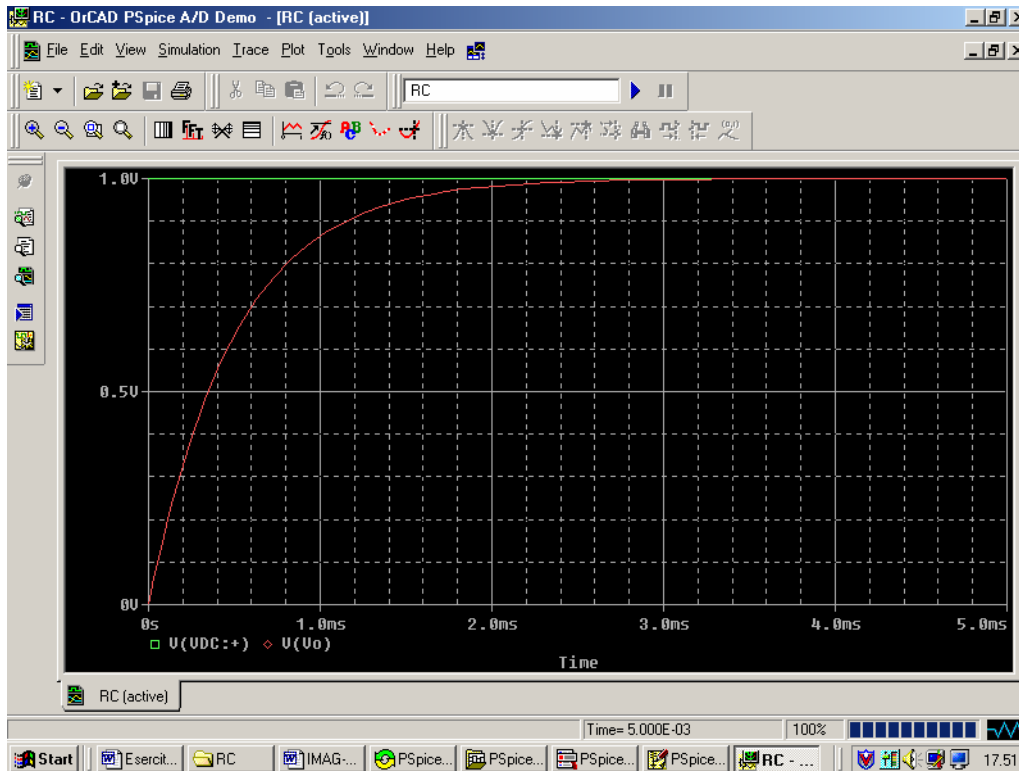


Si noti che all'interno della finestra *transient* viene definito l'intervallo di tempo preso in considerazione.

E' molto importante attivare la casella in quanto consentirà di visualizzare sul grafico l'andamento di V_o durante il transitorio

3. Mediante il tasto F11 o il percorso **ANALYSIS-SIMULATE** il programma va in simulazione e l'applicativo ci fornisce il grafico che consente di visualizzare l'andamento della tensione di uscita V_o nel tempo.

RISPOSTA AL GRADINO DI UN CIRCUITO RC



Analisi grafica

Nell'istante $t=0$ in cui applichiamo alla rete il gradino il circuito RC è sottoposto alla d.d.p E e per la legge di Kirchhoff deve essere istante per istante $E = v_R(t) + v_C(t)$. Dato che il condensatore non può caricarsi istantaneamente, nell'istante $t=0$ v_C è ancora nulla. Pertanto $E = V_R = Ri(0)$. La corrente è massima e vale $i(0) = I_M = \frac{E}{R}$. Tale corrente fluisce nel circuito con verso concorde a quello della f.e.m. E caricando il condensatore. La tensione v_C cresce e di conseguenza la corrente circolante nel circuito diminuisce essendo, in ogni istante $i(t) = \frac{E - v_C(t)}{R}$. Quando il C è completamente carico $V_C = E$ e la corrente nel circuito è nulla. Le equazioni che governano la carica di un condensatore per il circuito RC, sono :

$$v_C(t) = E(1 - e^{-t/RC})$$

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

La rapidità con cui il condensatore si carica dipende dal prodotto RC. Tale quantità è denominata **costante di tempo τ** e si misura in secondi.

Considerando i valori precedentemente forniti relativi a R_1 e C_1 si ottiene $\tau = R_1 \cdot C_1 = 0.5 \cdot 10^{-3}$ s. La costante τ è definita come il **tempo necessario affinché la tensione di uscita si porti al 63% del valore finale E**.

Lo stesso software applicativo grazie alla funzionalità **PROBE CURSOR** ha consentito di ricavare direttamente dal grafico il valore di τ . Infatti mediante questo cursore ci si è posizionati sul punto della curva dove $V_o=630mV$ (63% di $E = 1$) riscontrando un valore del tempo che coincide con il

Probe Cursor	
A1 =	500.000u, 631.571m
A2 =	1.0000u, 1.9960m
dif=	499.000u, 629.575m

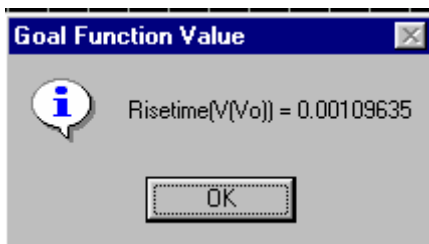
valore di τ calcolato precedentemente.

Dopo un tempo $t_a \cong 4 \tau$ la tensione ai capi del condensatore differisce dal valore finale E per meno del 2% e pertanto il condensatore si può ritenere completamente carico. t_a è detto **tempo di assestamento** e rappresenta il **tempo che impiega il segnale a portarsi al 98% del valore finale**.

Nel nostro caso $t_a = 2ms$. Ciò è possibile verificarlo, ancora una volta, grazie al **PROBE CURSOR** posizionandoci sul punto della curva dove $V_o=980mV$ (98% di E).

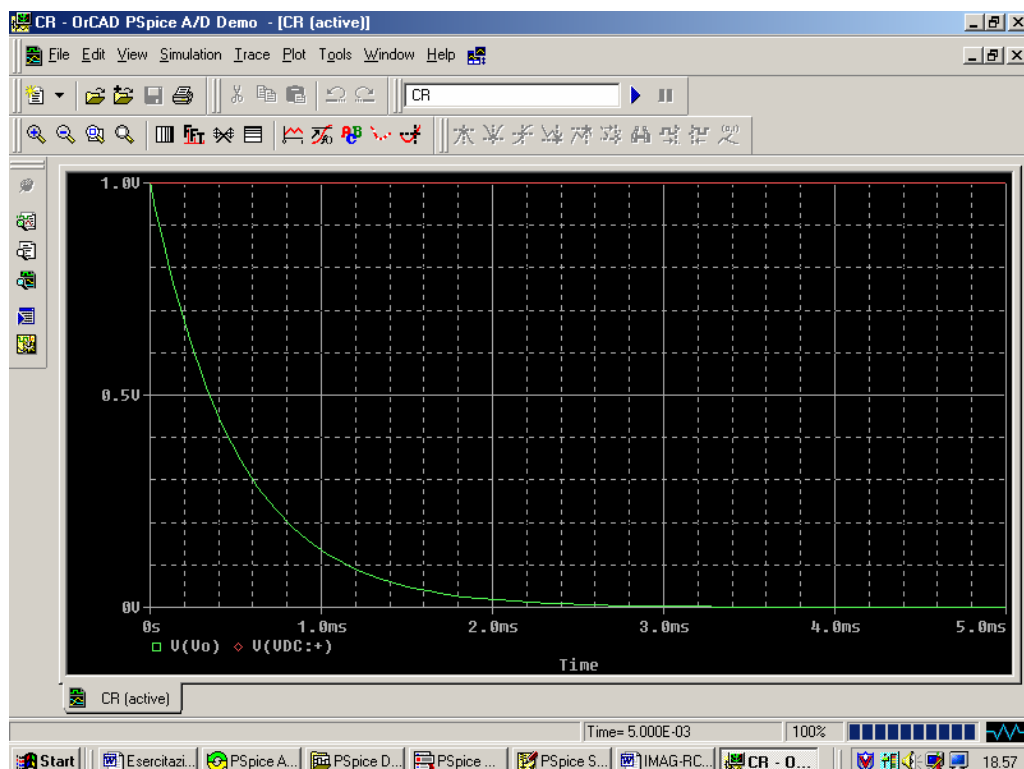
Probe Cursor	
A1 =	2.0000m, 981.841m
A2 =	2.0000u, 3.9880m
dif=	1.9980m, 977.853m

Si definisce **tempo di salita t_r** (rise time) il **tempo necessario affinché la tensione di uscita passi dal 10% al 90% del valore finale**. $t_r = 2.2\tau = 1.1 \cdot 10^{-3} s$.



Sempre in ambiente PROBE grazie alla funzione **GOAL FUNCTION VALUE** è stato possibile verificare l'esattezza del valore teorico.

RISPOSTA AL GRADINO DI UN CIRCUITO CR



Analisi grafica

Nell'istante $t=0$ in cui viene applicato il gradino dato che il condensatore non può caricarsi istantaneamente risulta

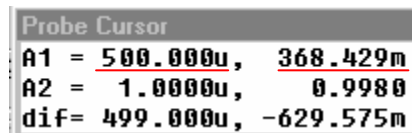
$$i(0) = I_M = \frac{E}{R}; v_C(0) = 0; v_R(0) = E.$$

Il condensatore comincia a caricarsi quindi $v_C(t)$ cresce e di conseguenza si ha una diminuzione sia della corrente che della d.d.p. ai capi della resistenza. La corrente $i(t)$ e la tensione $v_R(t)$ sono governate dalle seguenti relazioni:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

$$v_R(t) = v_O(t) = E \cdot e^{-t/RC}$$

La costante di tempo $\tau = RC$ caratterizza l'andamento esponenziale della curva sopra riportata. In questo caso la costante di tempo rappresenta il tempo necessario affinché la tensione di uscita v_O subisca una variazione del 63% rispetto al valore massimo E portandosi quindi al valore di $0.37E$. Mediante **PROBE CURSOR** ci si è posizionati sul punto della curva dove $V_o=370mV$ (37% di E che è uguale a 1) riscontrando un valore del tempo che coincide con $\tau = R1 \cdot C1 = 0.5 \cdot 10^{-3}$ s.



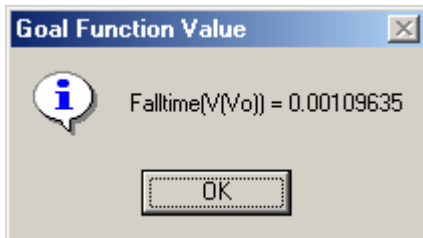
Probe Cursor	
A1 =	500.000u, 368.429m
A2 =	1.0000u, 0.9980
diff=	499.000u, -629.575m

Il tempo di assestamento vale ancora $t_a = 2ms$. Ciò è possibile verificarlo posizionandoci col **PROBE CURSOR** sul punto della curva dove $V_o=18mV$ in quanto $v_o = E \cdot e^{-4} = 0.018 \cdot E$.



Probe Cursor	
A1 =	2.0000m, 18.159m
A2 =	1.0000u, 0.9980
diff=	1.9990m, -979.845m

Si definisce **tempo di discesa** t_f (fall time) il **tempo necessario affinché la tensione di uscita passi dal 90% al 10% del valore finale**. $t_f = 2.2\tau = 1.1 \cdot 10^{-3}$ s.

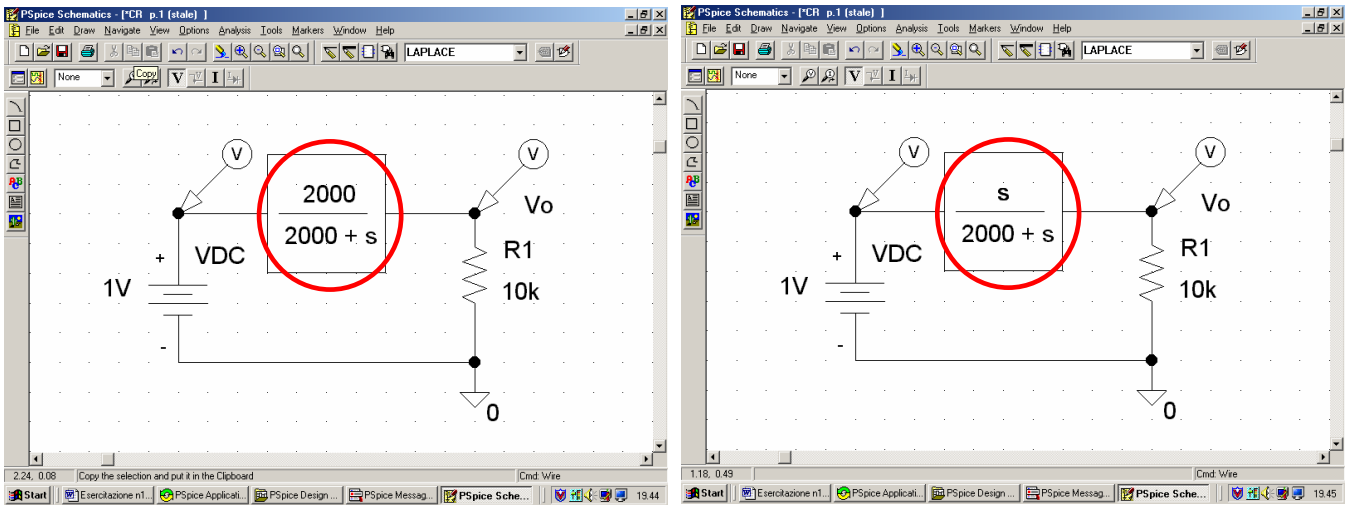


Grazie alla funzione **GOAL FUNCTION VALUE** è stato possibile verificare l'esattezza del valore teorico

BLOCCO LAPLACE

Tra i vari componenti disponibili nella libreria di PSPICE compare anche il blocco di Laplace. Inserendo al suo interno la funzione di trasferimento della rete in esame è possibile, sempre

mediante la stessa procedura, analizzare l'andamento del segnale d'uscita sia di una rete CR che di una rete RC.



Si noti l'utilizzo della $G(s)$ precedentemente ricavata

EXCEL

L'analisi delle due reti è stata effettuata anche utilizzando il software applicativo Excel. Si riporta il foglio grafico.

Microsoft Excel - Cartell

Risposta al gradino delle reti RC-CR

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	R	1,E+04	t	Vorc	Vocr				
4			0	0,E+00	1,E+00				
5			1,E-04	2,E-01	8,E-01				
6	C	5,E-08	2,E-04	3,E-01	7,E-01				
7			3,E-04	5,E-01	5,E-01				
8			4,E-04	6,E-01	4,E-01				
9	VDC	1	5,E-04	6,E-01	4,E-01				
10			6,E-04	7,E-01	3,E-01				
11	=B\$3*B\$6		7,E-04	8,E-01	2,E-01				
12	τ	5,E-04	8,E-04	8,E-01	2,E-01				
13			9,E-04	8,E-01	2,E-01				
14	STEP	1,E-04	1,E-03	9,E-01	1,E-01				
15			1,E-03	9,E-01	1,E-01				
16	=10*B\$12/5		1,E-03	9,E-01	9,E-02				
17			1,E-03	9,E-01	7,E-02				

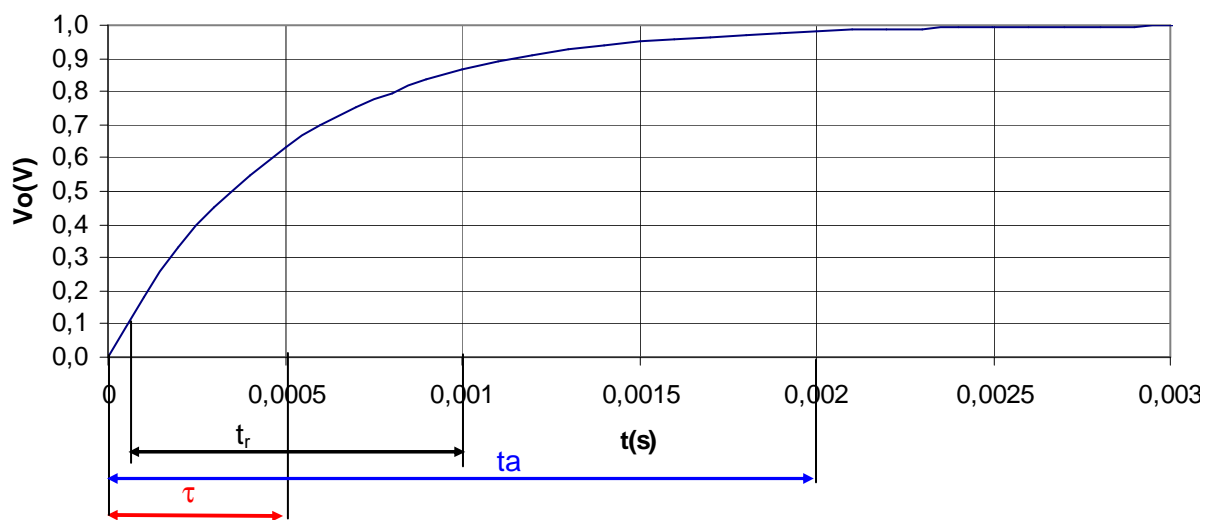
Formulas shown in the image:

- $=B\$9*(1-EXP(-D4/\$B\$12))$
- $=B\$9*EXP(-D4/\$B\$12)$

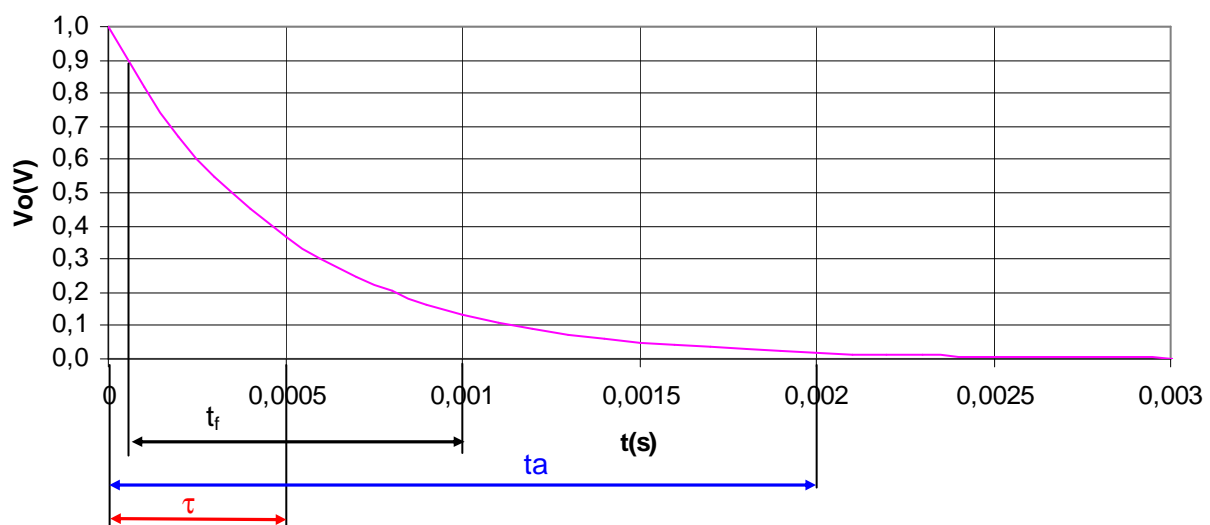
All'interno delle caselle **B3**, **B6** e **B9** sono riportati i valori, rispettivamente, di R_1 , C_1 e l'ampiezza del gradino. Il valore della costante di tempo τ è presente nella casella **B12**. Essa è data dal prodotto R_1C_1 . All'interno della casella **B14** è stato definito il valore dello step (passo=0,0001). La colonna **D** contiene i vari valori assunti dalla variabile indipendente t (si è tenuto conto del passo precedentemente stabilito), che verranno successivamente riportati sull'asse delle x . Nelle colonne **E** e **F** sono riportati i vari valori assunti dalla tensione di uscita V_o , rispettivamente relativi al circuito RC e CR. Tali valori sono ottenuti sfruttando le formule $v_C(t) = E(1 - e^{-t/RC})$ e $v_o(t) = E \cdot e^{-t/RC}$ precedentemente ricavate.

Mediante il comando **autocomposizione grafico** si è ottenuto:

Risposta al gradino RC



Risposta al gradino CR



I due grafici ottenuti in ambiente EXCEL ci forniscono un'ulteriore conferma riguardo l'esattezza dei valori teorici, precedentemente calcolati, relativi al **tempo di salita (t_r)**, al **tempo di discesa (t_f)**, al **tempo di assestamento (t_a)** e alla **costante di tempo τ** .

MATLAB

Lo studio della rete è stato effettuato anche con il software applicativo **MATLAB**. Mediante la scrittura di semplici righe di comando, il software ci ha fornito i due grafici relativi alla risposta al gradino delle reti RC-CR.

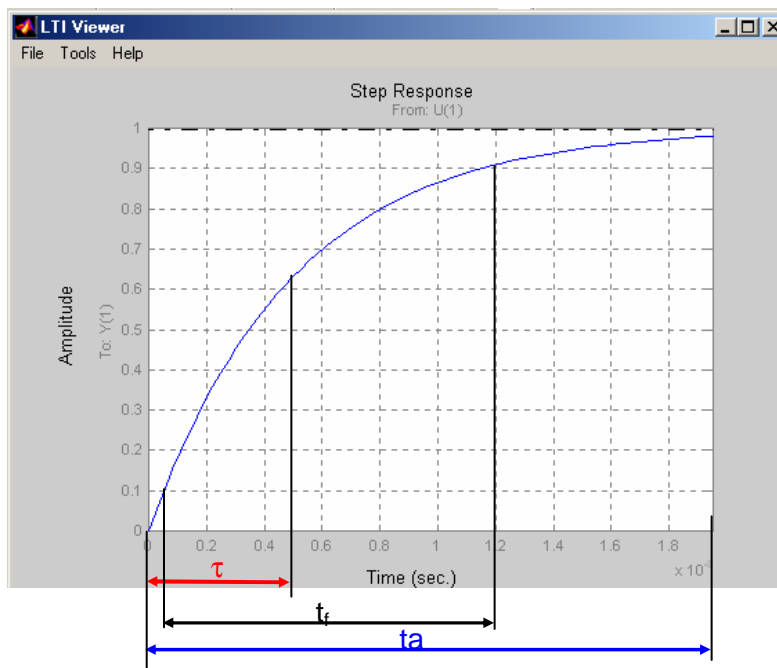
```
MATLAB Command Window
File Edit View Window Help
To get started, type one of these: helpwin, helpdesk, or demo.
For product information, type tour or visit www.mathworks.com.
>> fdt=tf([2000],[1 2000])
Transfer function:
  2000
-----
 s + 2000
      fdt
      RC
>> ltiview
>> |
```

Il seguente comando ha consentito l'inserimento della G(s)

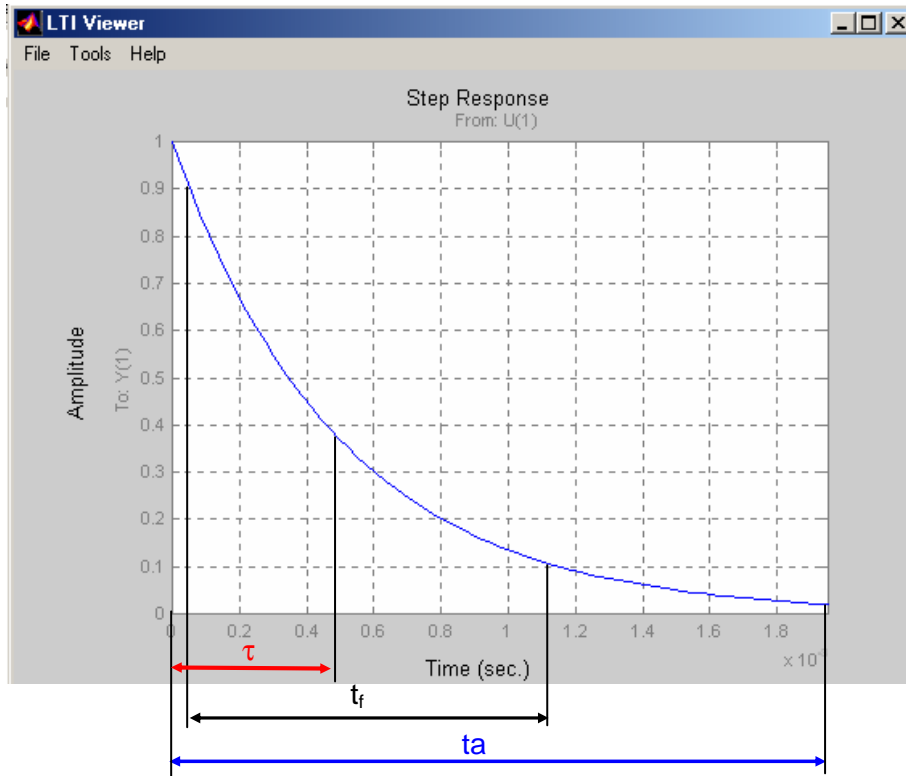
Il seguente comando ha consentito di ottenere i due grafici

```
MATLAB Command Window
File Edit View Window Help
>> fdt=tf([1,0],[1,2000])
Transfer function:
  s
-----
 s + 2000
      fdt
      CR
>> ltiview
>> |
```

RISPOSTA AL GRADINO RC



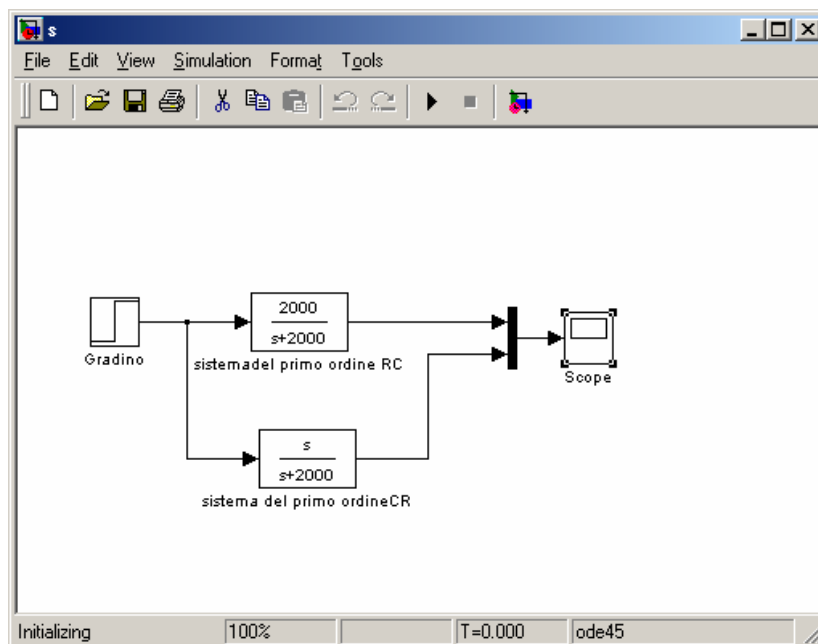
RISPOSTA AL GRADINO CR



I due grafici ottenuti in ambiente **MATLAB** ci forniscono un'ulteriore conferma riguardo l'esattezza dei valori teorici, precedentemente calcolati, relativi al **tempo di salita (t_r)**, al **tempo di discesa (t_f)**, al **tempo di assestamento (t_a)** e alla **costante di tempo τ** .

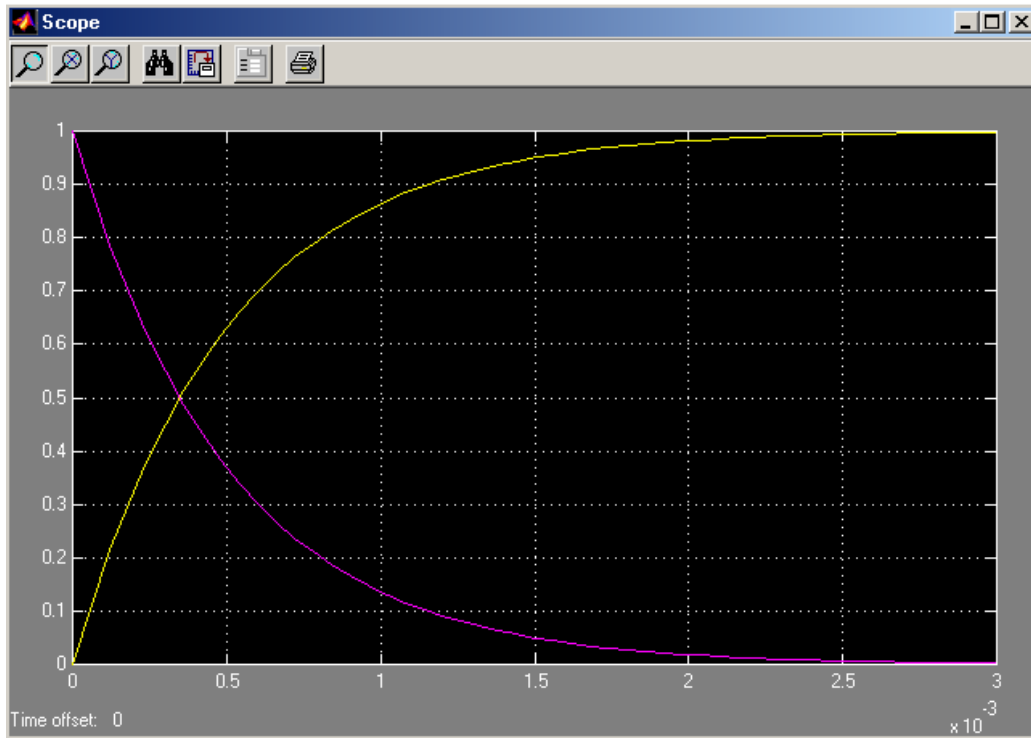
SIMULINK

All'interno di MATLAB è disponibile l'ambiente di lavoro Simulink, adibito prettamente alle simulazioni di reti elettriche. Si riporta lo schema per la simulazione.



Si noti che le uscite delle due reti in esame sono inviate in un multiplexer, la cui uscita comanda un oscilloscopio virtuale. Sull'oscilloscopio sono visibili, dunque, entrambe le curve che, come detto,

costituiscono l'andamento delle tensioni di uscita delle reti RC-CR a cui viene applicato in ingresso un gradino.



VISUAL BASIC

Si riporta il programma applicativo inerente l'esercitazione. Mediante la stesura dei seguenti codici relativi al circuito RC-CR

```

Private Sub Command1_Click()
    tmin = 0
    tmax = 20
    Vbb = Val(Text3.Text)
    tau1 = Val(Text4.Text)
    t0 = 1
    V0 = 1
    Picture1.Cls
    Picture1.Scale (0, 10)-(20, 0)
    Picture1.Line (0, V0)-(20, V0)
    Picture1.Line (t0, 0)-(t0, 10)
    Picture1.Line (t0, Vbb + V0)-(20, Vbb + V0)
    For t = Val(tmin) To Val(tmax) Step 0.01
        V = Vbb * (1 - Exp(-t / tau1))
        Picture1.PSet (t + t0, V + V0), RGB(255, 0, 0)
    Next
End Sub

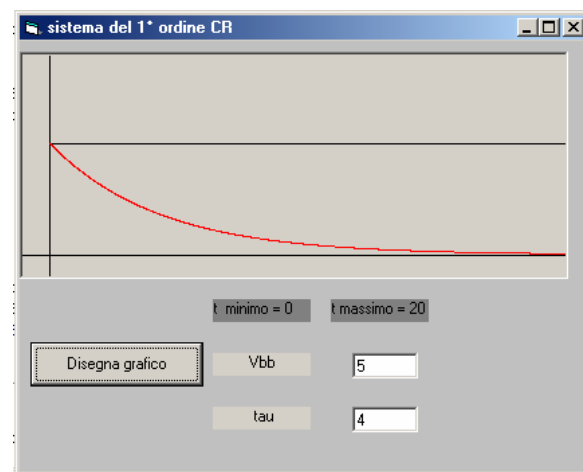
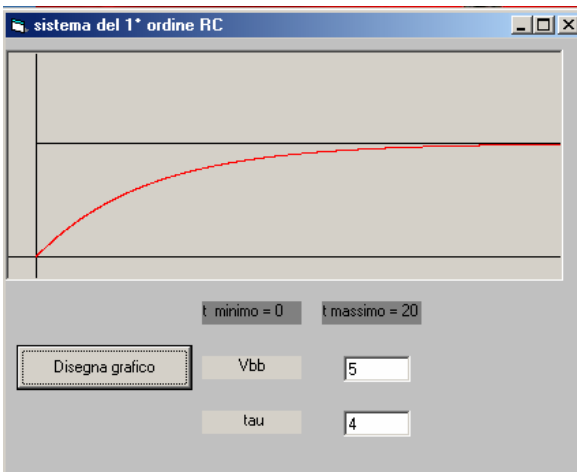
Private Sub Form_Load()
    Text3.Text = 5
    Text4.Text = 4
End

Private Sub Command1_Click()
    tmin = 0
    tmax = 20
    Vbb = Val(Text3.Text)
    tau1 = Val(Text4.Text)
    t0 = 1
    V0 = 1
    Picture1.Cls
    Picture1.Scale (0, 10)-(20, 0)
    Picture1.Line (0, V0)-(20, V0)
    Picture1.Line (t0, 0)-(t0, 10)
    Picture1.Line (t0, Vbb + V0)-(20, Vbb + V0)
    For t = Val(tmin) To Val(tmax) Step 0.01
        V = Vbb * Exp(-t / tau1)
        Picture1.PSet (t + t0, V + V0), RGB(255, 0, 0)
    Next
End Sub

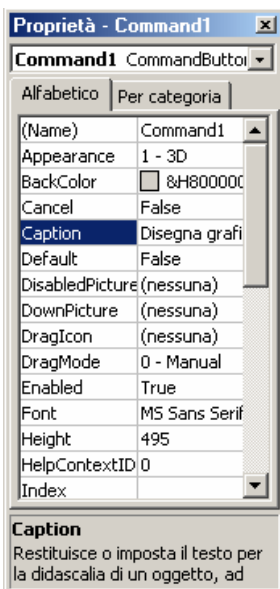
```

Nel programma sono state evidenziate le espressioni di V_o relative al circuito RC e CR.

Si sono ottenuti i seguenti applicativi che consentono di tracciare più grafici variando di volta in volta il valore della τ e della tensione V_{bb} . Non è consentito variare invece i valori del tempo (minimo e massimo) a meno di non intervenire sul codice. Il grafico è disegnato per punti utilizzando il metodo RGB.



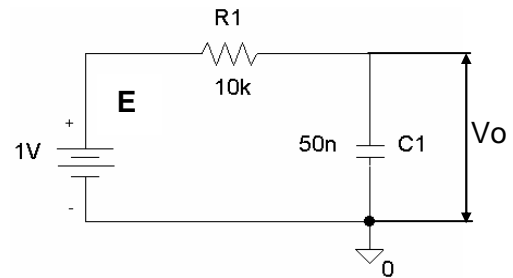
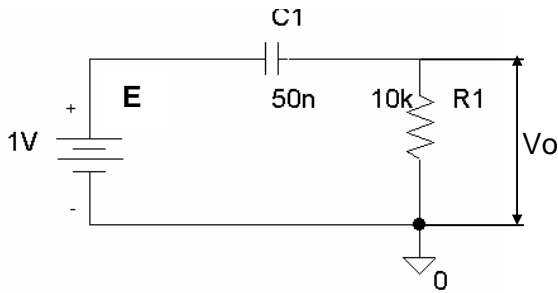
Si noti che le sopra riportate finestre sono state realizzate utilizzando le proprietà dell'ambiente **FORM** tramite il quale si è curato l'aspetto grafico dei programmi (realizzazione dei command-Button , label, text e picture box).



Ad esempio, tale finestra, consente di variare i caratteri grafici in questo caso relativi il command-Button.

ESPERIENZA PRATICA

L'esperienza consiste nel realizzare le due reti circuitali prese in esame, e visualizzare l'andamento della tensione V_o mediante l'utilizzo di un oscilloscopio.



Sull'oscilloscopio è stato possibile verificare, ancora una volta, l'esattezza dei valori teorici.



RETE RLC

Scopo dell'esercitazione è quello di analizzare la prontezza di un sistema del secondo ordine **R-L-C** e la risposta in frequenza delle reti **RLC-RCL-LCR** dal punto di vista teorico, pratico e mediante la simulazione al PC.

STUDIO DELLA PRONTEZZA RETE RLC

Si riporta lo schema circuitale relativo alla rete RLC

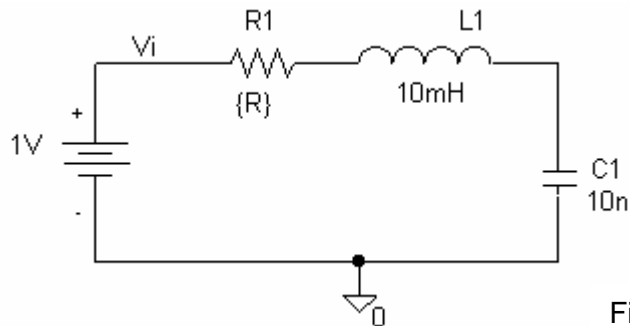


Fig.1

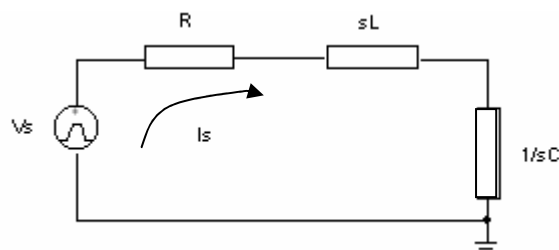
Analisi circuitale

Il circuito in esame costituisce un circuito risonante serie ed è alla base della realizzazione dei filtri passa-banda ed annulli-banda. Il segnale d'uscita è prelevato sulla capacità C_1 , mentre la resistenza R_1 , che prende il nome di resistenza critica, costituisce la resistenza di perdita della bobina L_1 . Si è deciso di applicare in ingresso un gradino d'ampiezza massima pari ad 1V che istantaneamente si porta al suo valore massimo.

Studio della rete nel dominio di Laplace

Si considera il circuito di partenza e lo si trasforma nel dominio di Laplace, facendo rimanere invariate la resistenza e tramutando l'induttanza e la capacità rispettivamente in sL e $1/sC$.

Circuito nel dominio di Laplace



Dato che il segnale d'uscita è prelevato sulla capacità si applica la legge del partitore, tenendo conto che si è applicato in ingresso un gradino unitario pari a $1/s$ nel dominio di Laplace.

$$Vo(s) = Vi(s) \cdot G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{sL + R + \frac{1}{sC}}. \text{ Si ricava dopo alcuni passaggi:}$$

$$V_o(s) = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{s \left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} \right)}$$

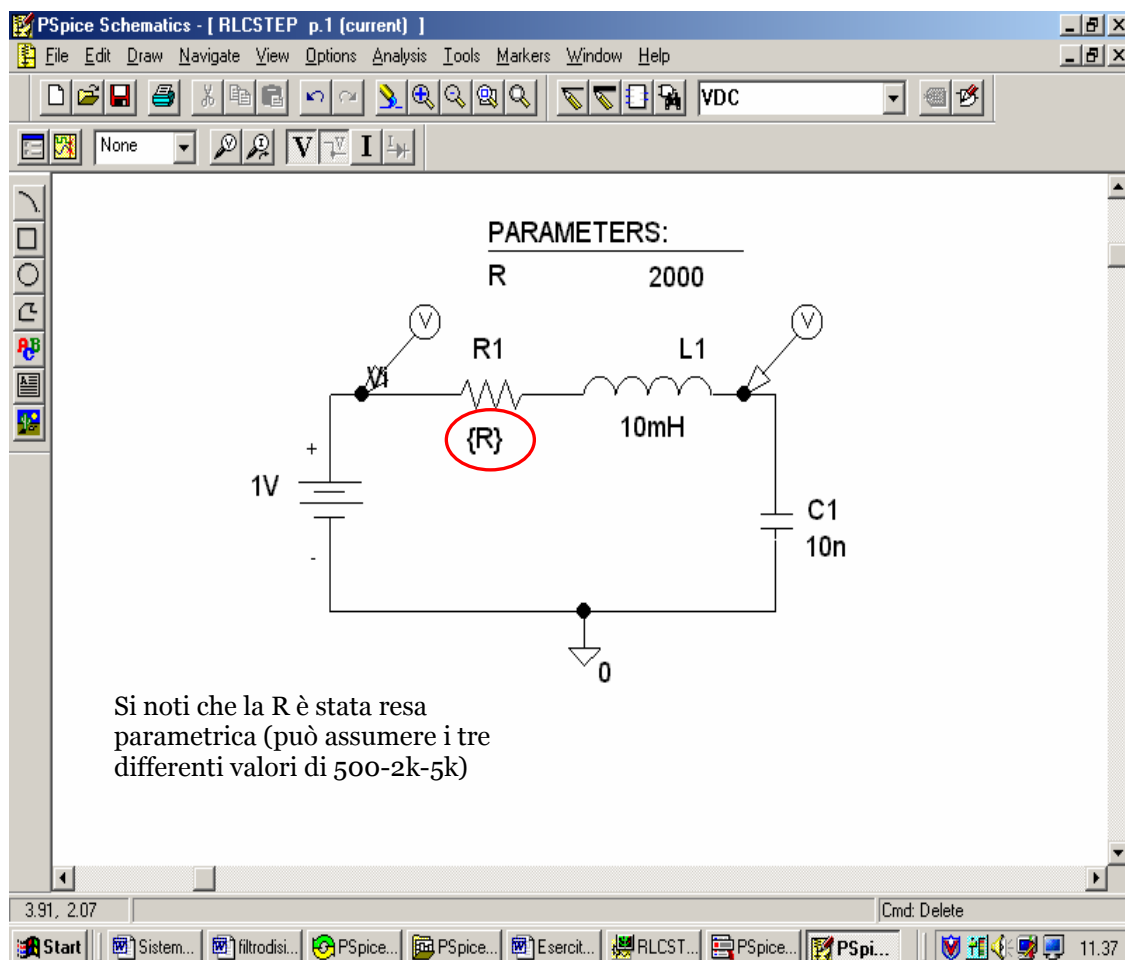
Tale relazione mostra che il circuito è del secondo ordine e

generalmente si esprime nella forma $V_o(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2)}$. Da ciò deriva che:

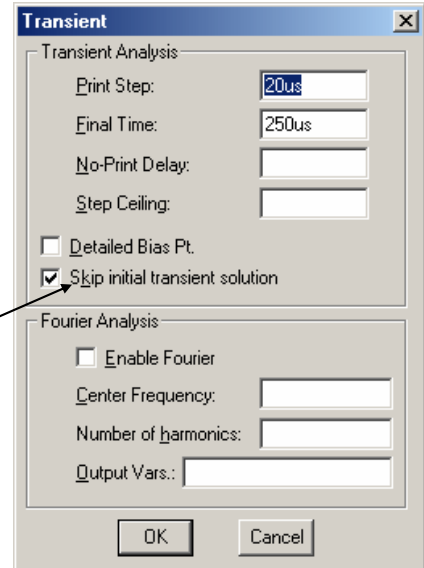
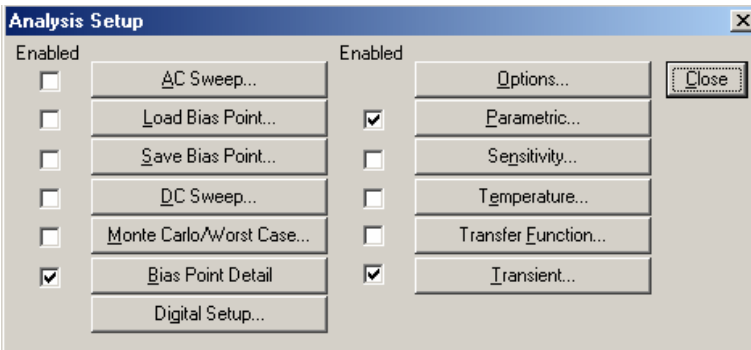
1. la pulsazione naturale $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \text{ rad/sec}$ e la $f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 15.9 \text{ kHz}$;
2. lo smorzamento (rapidità con cui si esaurisce un fenomeno) $\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2} \cdot 10^{-3}$.

Se si considera la funzione di trasferimento $G(s)$, essa presenta il seguente denominatore $s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2$ con due poli (radici del denominatore) individuati dall'espressione $p_{1/2} = -\omega_n(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})$. A tal punto si presentano tre casi distinti prettamente legati al valore dello smorzamento ξ che può essere maggiore, minore o uguale a 1.

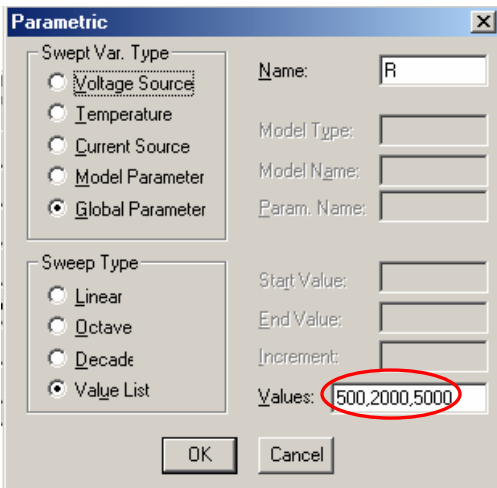
I grafici che seguiranno sono stati ottenuti mediante la simulazione della rete mediante il software applicativo PSpice.



Si sono impostati i parametri della simulazione.



Si noti che all'interno della finestra *transient* viene definito l'intervallo di tempo preso in considerazione. E' molto importante attivare la casella in quanto consentirà di visualizzare sul grafico l'andamento di V_o durante il transitorio



All'interno della finestra *parametric* si è stabilito che la resistenza R assumesse tre differenti valori che sono riportati nella casella evidenziata

$\xi=1$

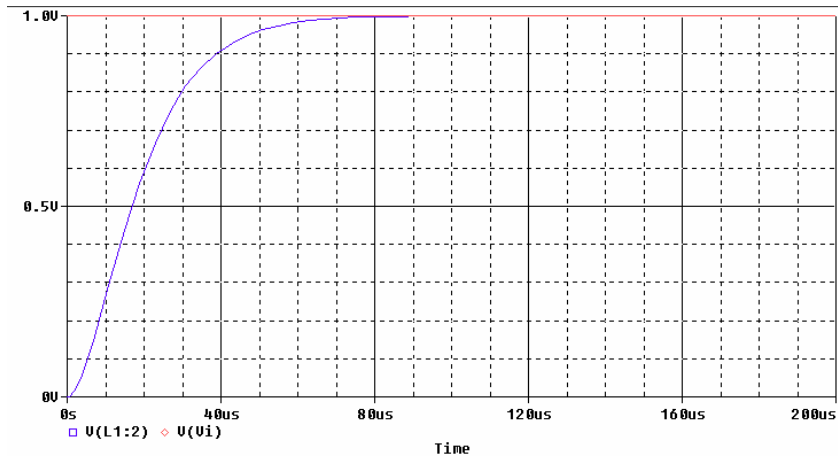
In questo particolare caso i poli della funzione di trasferimento $G(s)$ risultano essere reali e coincidenti e valgono $p_1 = p_2 = -\omega_n$. E' da notare che tal caso si ha solo nella circostanza in cui attribuiamo alla resistenza critica R_1 il valore di $2K\Omega$ ($\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2} \cdot 10^{-3} = \frac{2 \cdot 10^3}{2} \cdot 10^{-3} = 1$).

L'equazione del segnale d'uscita diviene pertanto
$$V_o(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s + \omega_n)^2} + \frac{C}{(s + \omega_n)}$$

Applicando il metodo dei residui si ottiene $A = 1$, $B = -\omega_n$ e $C = -A = -1$.

Si ottiene così l'espressione finale $\frac{1}{s} - \frac{\omega_n}{(s + \omega_n)^2} - \frac{1}{s + \omega_n}$. Antitrasformando si ottiene la risposta nel dominio del tempo $v_o(t) = 1 - \omega_n t e^{-\omega_n t} - e^{-\omega_n t}$.

La risposta al gradino della rete in esame attribuendo il valore di $2k\Omega$ alla resistenza R_1 è la seguente:



Si noti che la risposta è esponenziale pura senza alcuna sovraoscillazione (overshoot).

$\xi > 1$

In questo caso i poli della funzione di trasferimento $G(s)$ risultano essere reali e distinti e valgono:

$$p_1 = -\omega_n (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}); \quad p_2 = -\omega_n (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})$$

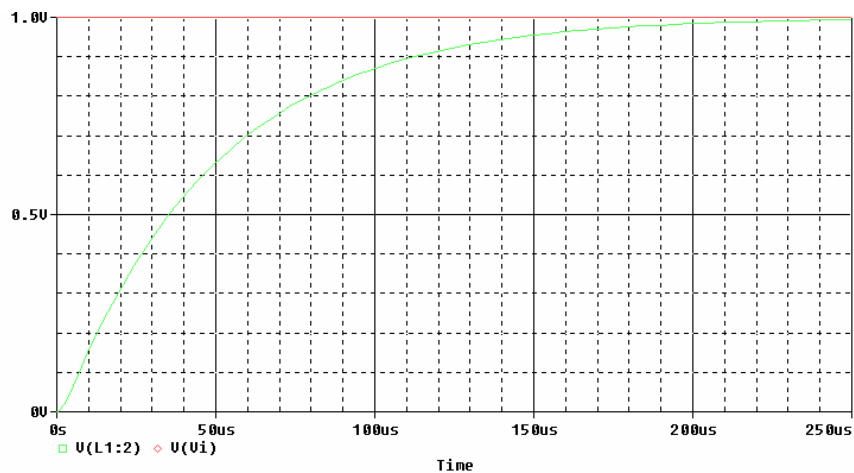
L'equazione del segnale d'uscita $V_o(s)$ vale $\frac{\omega_n^2}{s(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s-p_1)} + \frac{C}{(s-p_2)}$.

Antitrasformando tale espressione si ottiene $v_o(t) = A + B e^{p_1 t} + C e^{p_2 t}$. Applicando il metodo dei residui si determinano i valori di A, B, C.

$A = \frac{\omega_n^2}{p_1 p_2}$; $B = -\frac{\omega_n^2}{p_1(p_2 - p_1)}$; $C = \frac{\omega_n^2}{p_2(p_2 - p_1)}$. Sostituendo tali valori nella formula precedente

si ottiene l'espressione finale $v_o(t) = \frac{\omega_n^2}{p_1 p_2} \left(1 - \frac{p_2}{(p_2 - p_1)} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{(p_2 - p_1)} e^{p_2 t} \right)$.

La risposta al gradino della rete in esame attribuendo il valore di $5k\Omega$ alla resistenza R_1 è la seguente:



Si noti che la risposta è esponenziale pura senza alcuna sovraoscillazione (overshoot).

$\xi < 1$

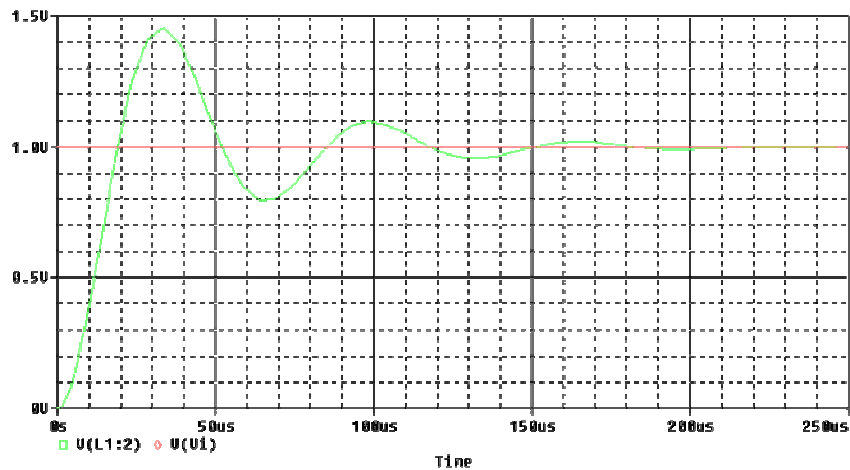
Nel caso in cui lo smorzamento valga meno della quantità 1, i poli della $G(s)$ risultano essere complessi e coniugati a parte reale negativa e valgono:

$$p_{1/2} = -\omega_n \xi \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -a \pm j \omega_d$$

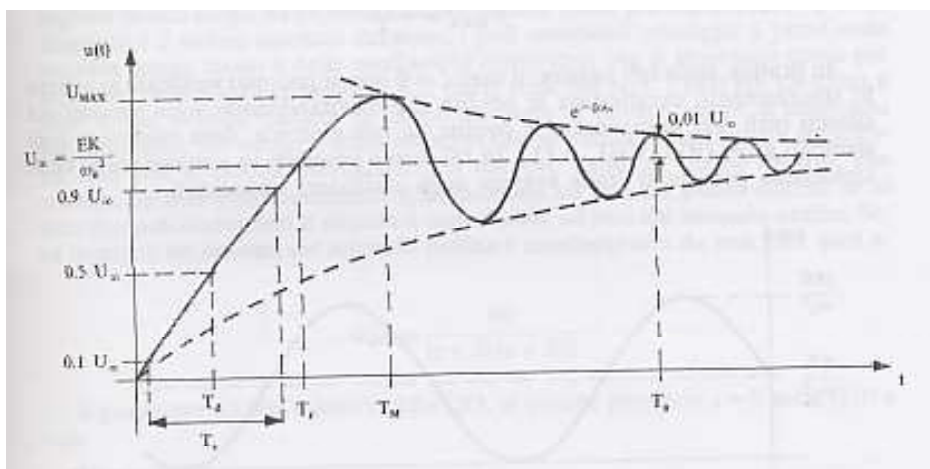
Dove la quantità $\frac{1}{a} = \frac{1}{\xi \omega_n}$ costituisce la costante di tempo τ , mentre ω_d è detta pulsazione naturale smorzata. La risposta di un sistema del secondo ordine con poli complessi coniugati vale dunque:

$$u(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \text{sen}(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t + \varphi) \right]$$

Il software applicativo MICROSIM ha consentito la simulazione del circuito di fig.1 attribuendo il valore di 500Ω alla resistenza R_1 .



Si deduce che per poli complessi la risposta è oscillatoria



Vanno definiti i seguenti parametri caratteristici della curva:

1. **tempo di massima elongazione T_M** . E' il tempo necessario affinché l'uscita raggiunga il punto di massima sovraoscillazione (overshoot). Si determina ponendo pari a 0 la derivata prima della funzione $u(t)$ precedentemente calcolata.

$$T_M = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

2. **tempo di ritardo T_d** . E' il tempo necessario affinché l'uscita raggiunga il 50 % del valore di regime.

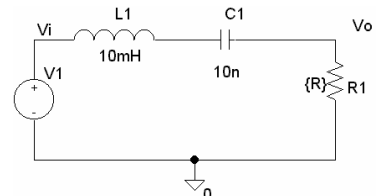
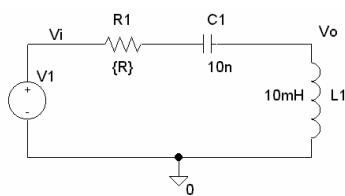
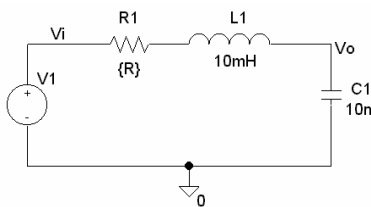
3. **costante di tempo τ** . Precedentemente calcolata, e pari a $\frac{1}{\xi \omega_n}$, è definita come il tempo

necessario affinché l'esponenziale decrescente della $u(t)$ diventi $e^{-\xi \omega_n t} = e^{-1}$.

4. **tempo di assestamento T_a** . E' il tempo necessario affinché l'uscita differisca dal valore di regime di non più del 1÷2%.

5. **tempo di salita T_s** . E' il tempo necessario affinché l'uscita passi dal 10% al 90% del valore di regime.

FILTRI RLC-RCL-LCR



Sono filtri del secondo ordine in quanto caratterizzati dall'aver, al denominatore della f.d.t., una funzione di secondo grado $D(s)$ che generalmente viene espressa nella forma:

$$D(s) = s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2$$

o nella forma equivalente:

$$D(s) = s^2 + s\frac{\omega_n}{Q} + \omega_n^2 \text{ dove si è posto } Q = \frac{1}{2\xi}$$

La pulsazione ω_n è quella di taglio che caratterizza i filtri passa-basso o passa-alto ovvero la pulsazione di centro-banda per i filtri passa banda e annulli-banda. Lo smorzamento ξ caratterizza la risposta in frequenza. Come si è già visto per $\xi=1$ i poli sono coincidenti, per $\xi > 1$ sono reali distinti e negativi e per $\xi < 1$ complessi coniugati a parte reale negativa.

FILTRO PASSA-BASSO DEL SECONDO ORDINE (RLC) Uscita su C.

La f.d.t $G(s)$, come già visto, assume la forma:

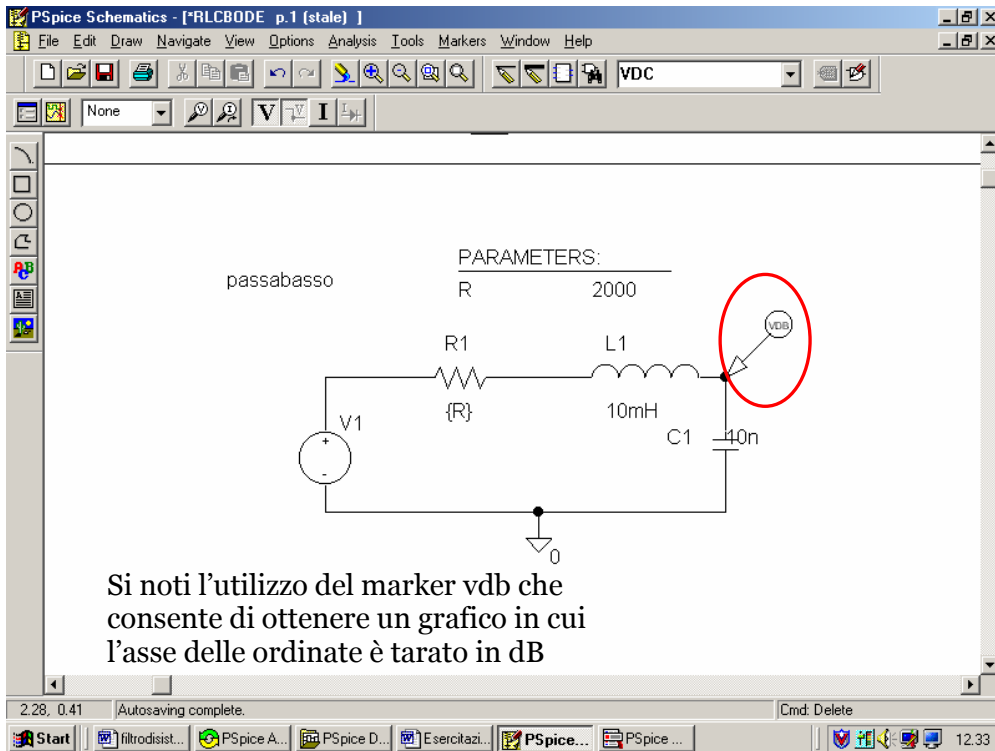
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2)}$$

La $G(s)$ presenta così due poli e per $s=j\omega$ il modulo e la fase valgono rispettivamente:

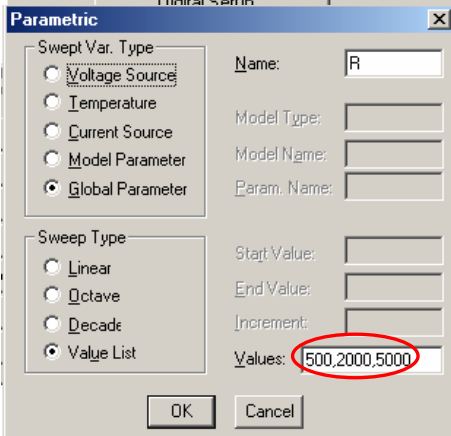
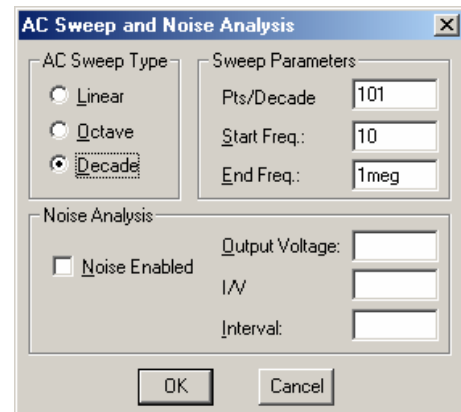
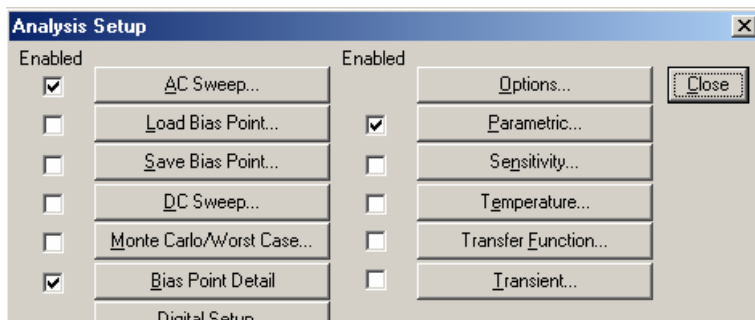
$$|G(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\xi\omega_n)^2}}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{2\omega\xi\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

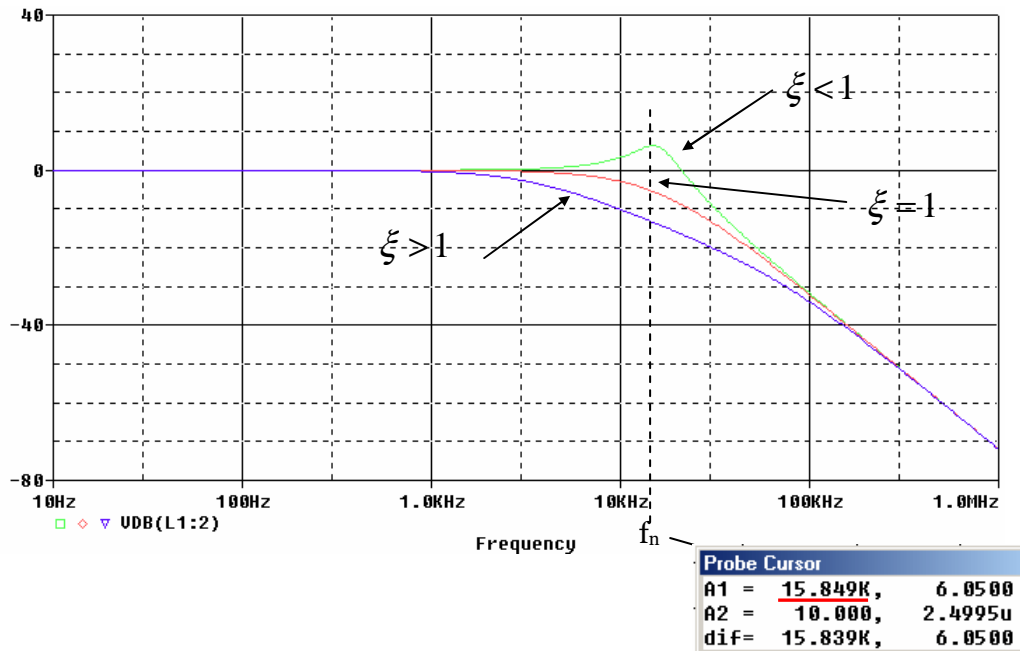
Utilizzando PSpice, si è potuto ottenere il diagramma di Bode (risposta in frequenza del modulo per tre differenti valori dello smorzamento) della rete in esame. Ciò consente di visualizzare l'andamento dell'espressione matematica sopra riportata.



Si sono impostati i parametri della simulazione



All'interno della finestra AC sweep sono stati tarati l'asse delle ascisse e quello delle ordinate secondo una scala logaritmica.



Si noti che il valore di f_n coincide con quello calcolato precedentemente a livello teorico.

Alla f_n , che costituisce la frequenza di taglio, corrisponde una pulsazione $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \text{ rad/sec}$

Per valori $\omega \ll \omega_n$ si ha $|G(j\omega)| = K$ (zona piatta ad amplificazione costante), mentre per $\omega > \omega_n$ si

ha $|G(j\omega)| \cong \frac{K\omega_n^2}{\omega^2}$ che corrisponde, nel grafico, ad una pendenza di -40db/dec .

Si noti che quando lo smorzamento è minore di 1 viene generato un picco di risonanza.

FILTRO PASSA-ALTO DEL SECONDO ORDINE (RCL). Uscita su L.

La f.d.t. assume la forma:

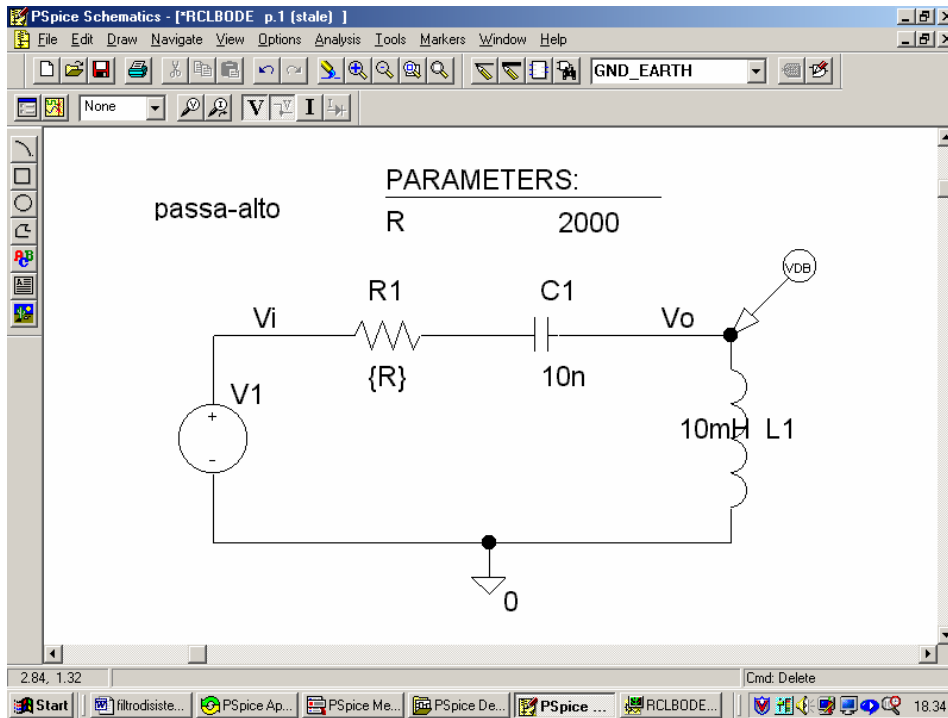
$$G(s) = \frac{Ks^2}{(s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2)}$$

La $G(s)$ presenta, per $\xi < 1$ due poli complessi coniugati e due zeri nell'origine. In regime sinusoidale il modulo e la fase valgono:

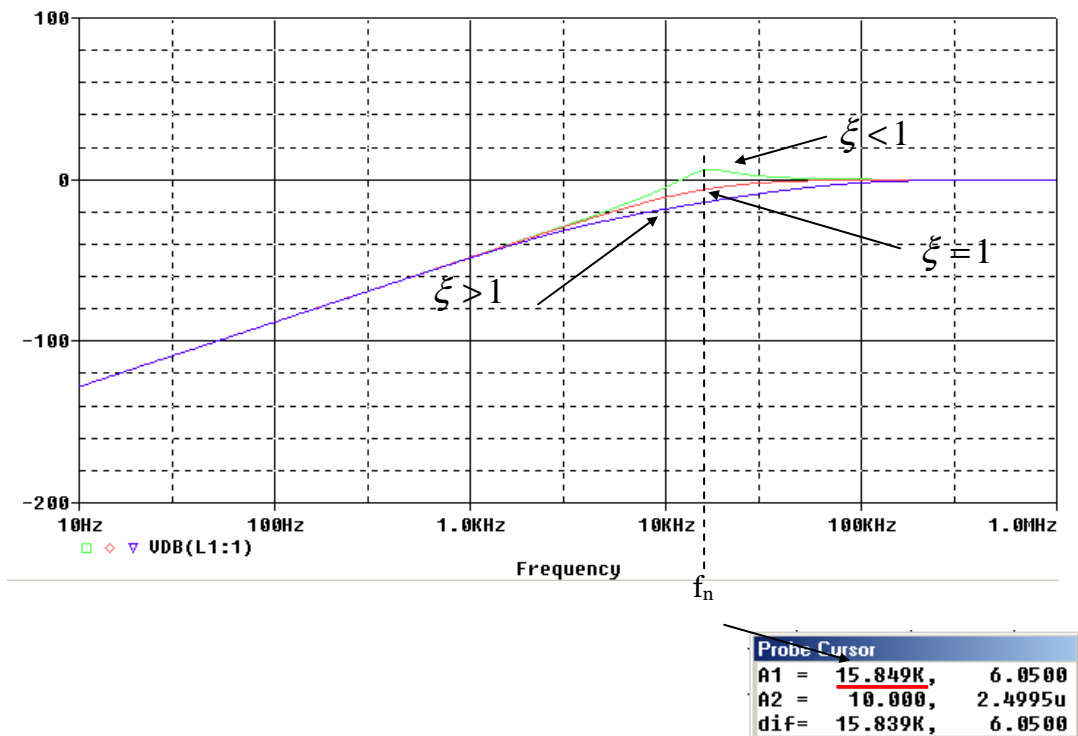
$$|G(j\omega)| = \frac{K\omega^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\xi\omega_n)^2}}$$

$$\varphi = -\text{arctg} \frac{2\omega\xi\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

La risposta in frequenza della rete è stata ottenuta con l'applicativo PSpice. Si è disegnata la rete in ambiente Schematics e si sono impostati i parametri della simulazione.



Si riporta la risposta in frequenza.



Si noti che il valore di f_n coincide con quello calcolato precedentemente a livello teorico.

Alla f_n , che costituisce la frequenza di taglio, corrisponde una pulsazione $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \text{ rad/sec}$

Per valori $\omega \gg \omega_n$ si ha $|G(j\omega)| = K$ (zona piatta ad amplificazione costante), mentre per

$\omega \ll \omega_n$ si ha $|G(j\omega)| \cong \frac{K\omega_n^2}{\omega^2}$ che corrisponde, nel grafico, ad una pendenza di +40db/dec.

Va sottolineato che alla f_n viene associata la pulsazione di taglio $\omega_n = 10^5 \text{ rad/sec}$ che, sia per il passa alto che per il passa basso, è definita come quella pulsazione che produce un'attenuazione di $\sqrt{2}$ (-3db) rispetto al valore massimo del modulo $|G(j\omega)|$.

Anche in questo caso la risposta in frequenza per $\xi < 1$ presenta un picco di risonanza.

FILTRO PASSA-BANDA DEL SECONDO ORDINE (RLC). Uscita su R.

Nell'analisi dei filtri attivi passa-banda la f.d.t. si esprime in funzione del fattore di merito $Q=1/2\xi$ piuttosto che in funzione dello smorzamento e ciò per poter esprimere l'analogia di questi filtri con quelli passivi passa-banda realizzati con circuiti risonanti RLC. Nei circuiti risonanti il fattore di merito Q caratterizza la larghezza della banda passante B definita come $B=f_s-f_i$ dove f_s ed f_i sono, rispettivamente, la frequenza di taglio superiore e inferiore del filtro. Si dimostra, inoltre, che

$B=f_o/Q$ dove f_o è la frequenza di centro banda del filtro e $Q=\frac{\omega_n L}{R_s}$. Elevati valori di Q consentono

di ottenere filtri a banda stretta ovvero filtri ad elevata selettività. La f.d.t. di un filtro passa-banda assume la forma:

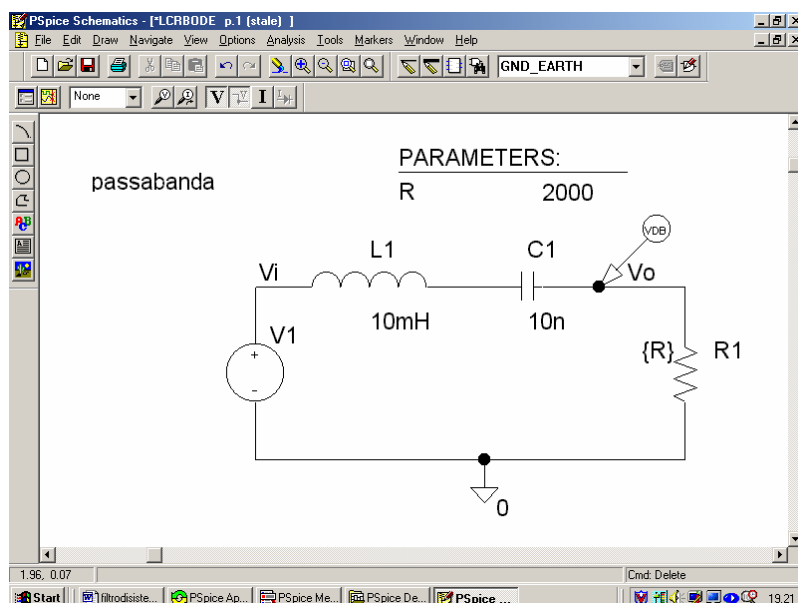
$$G(s) = \frac{Ks \frac{\omega_n}{Q}}{\left(s^2 + \frac{\omega_n}{Q} s + \omega_n^2 \right)}$$

La $G(s)$ presenta, per $Q>1/2$ due poli complessi coniugati e uno zero nell'origine. In regime sinusoidale il modulo e la fase valgono:

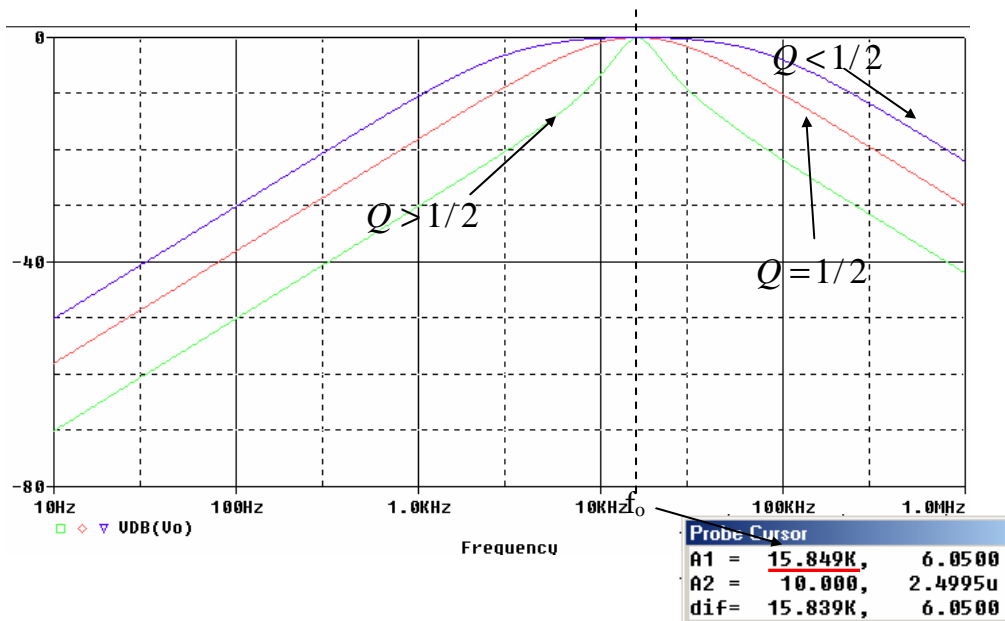
$$|G(j\omega)| = \frac{K\omega \frac{\omega_n}{Q}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (\omega \frac{\omega_n}{Q})^2}}$$

$$\varphi = 90^\circ - \text{arctg} \frac{\omega\omega_n}{Q(\omega_n^2 - \omega^2)}$$

La risposta in frequenza della rete è stata ottenuta con l'applicativo PSpice. Si è disegnata la rete sotto riportata in ambiente Schematics e si sono impostati i parametri della simulazione.



Si riporta la risposta in frequenza.



Dal grafico si deduce che il modulo della f.d.t. presenta un massimo alla pulsazione di centro banda che vale K . Si hanno inoltre due frequenze di taglio f_s ed f_i , rispettivamente, la frequenza di taglio superiore e inferiore del filtro. Sono due particolari valori di f alle quali il modulo della f.d.t. si riduce di $\sqrt{2}$ rispetto al valore massimo di centro banda.

ESPERIENZA CON MATLAB

Attraverso il software applicativo Matlab è stato possibile ottenere gli stessi risultati derivati dalla simulazione delle tre differenti reti con Pspice.

In particolari si sono calcolati analiticamente i vari numeratori e denominatori delle tre differenti f.d.t. per i 3 valori prefissati di R .

RLC-FILTRO PASSA-BASSO

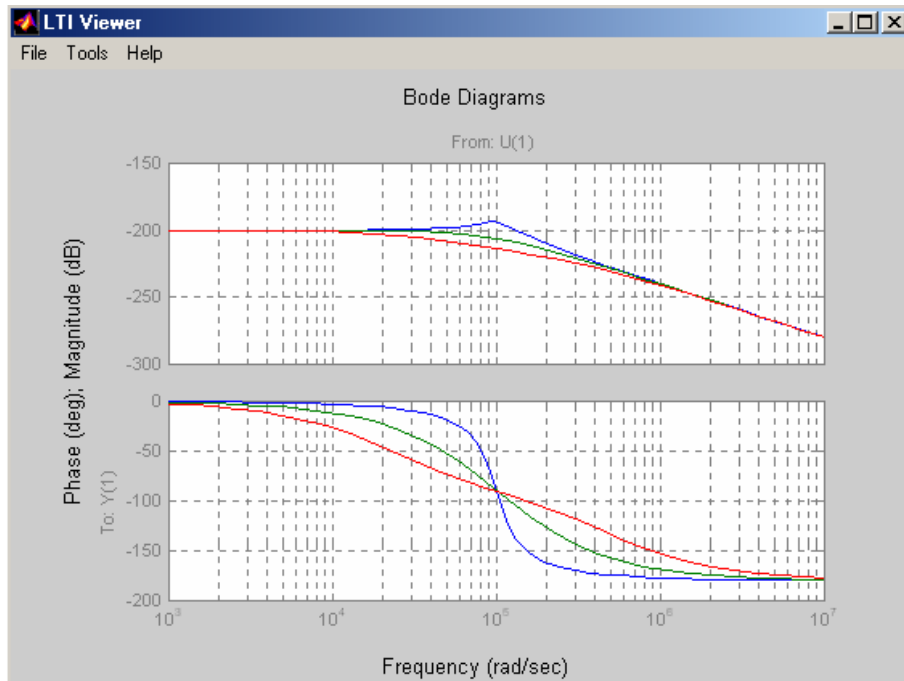
```

MATLAB Command Window
File Edit View Window Help
To get started, type one of these: helpwin, helpdesk, or demo.
For product information, type tour or visit www.mathworks.com.
>> fdt1=tf([1],[1,5e4,1e10]); G(s) con Rc=50000
    fdt2=tf([1],[1,2e5,1e10]); G(s) con Rc=2000
    fdt3=tf([1],[1,5e5,1e10]); G(s) con Rc=5000
ltiview
>>
    
```

num di G(s) denom di G(s)

Il comando **ltiview** ha consentito di aprire l'ambiente **LTI Viewer** utile per ottenere diversi diagrammi e grafici inerenti le tre f.d.t.

Nel nostro caso si è analizzato, e confrontato con quello ottenuto precedentemente, il diagramma di Bode (risposta in frequenza).



RCL-FILTRO PASSA ALTO

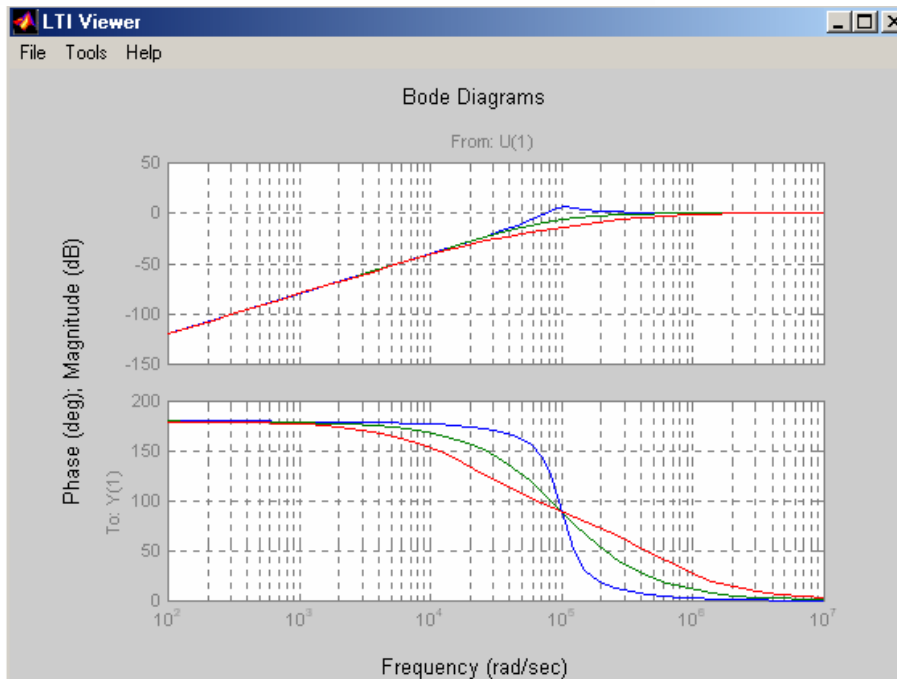
```

MATLAB Command Window
File Edit View Window Help
[Icons]

To get started, type one of these: helpwin, helpdesk, or demo.
For product information, type tour or visit www.mathworks.com.

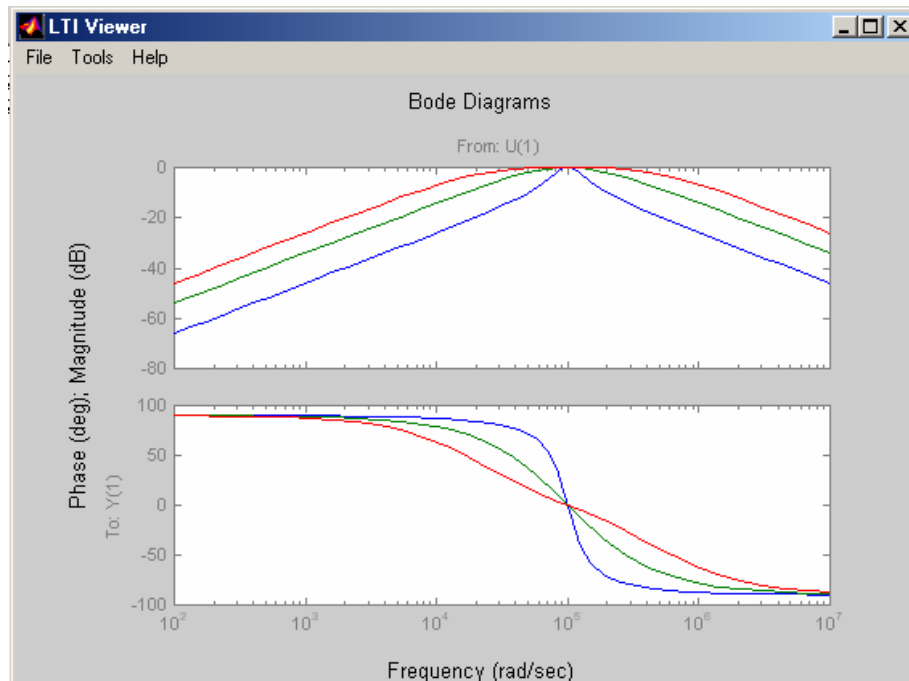
>> fdt1=tf([1,0,0],[1,5e4,1e10]); G(s) con Rc=50000
fdt2=tf([1,0,0],[1,2e5,1e10]); G(s) con Rc=2000
fdt3=tf([1,0,0],[1,5e5,1e10]); G(s) con Rc=5000

ltiview
  
```



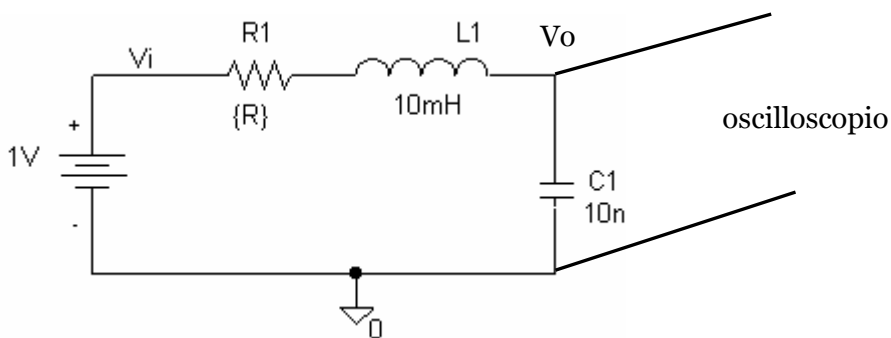
LCR-FILTRO PASSA BANDA

```
MATLAB Command Window
File Edit View Window Help
[Icons]
>> fdt1=tf([5e4,0],[1,5e4,1e10]); G(s) con Rc=50000
fdt2=tf([2e5,0],[1,2e5,1e10]); G(s) con Rc=2000
fdt3=tf([5e5,0],[1,5e5,1e10]); G(s) con Rc=5000
ltiview
```

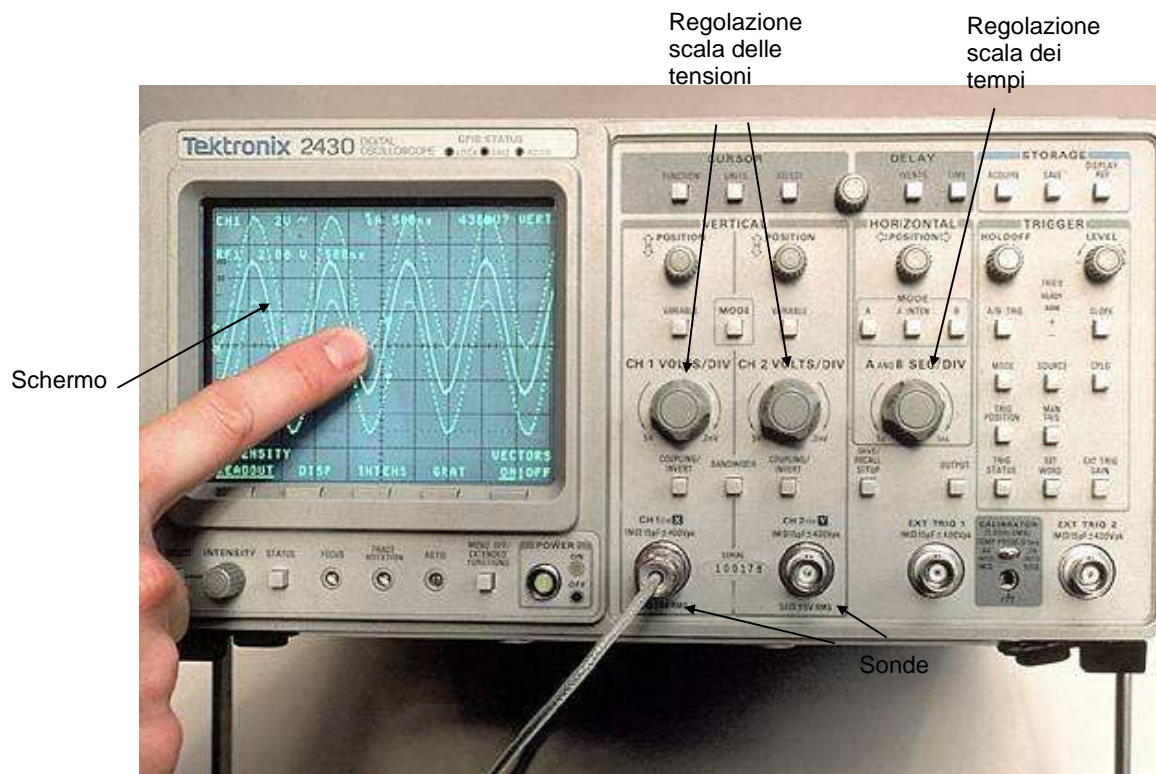


ESPERIENZA PRATICA

In laboratorio è stato possibile effettuare un ulteriore studio, a livello pratico si intende, della prontezza delle rete RLC sempre attribuendo ad R i tre valori ohmici fissati in precedenza. Si riporta la rete in esame realizzata su bread-board.



La visualizzazione del segnale di uscita è stata possibile grazie all'utilizzo dell'oscilloscopio.



Si riportano le tre visualizzazioni del segnale di uscita per $R=500, 2000, 5000$

