



I.T.I. "Modesto PANETTI" – B A R I

Via Re David, 186 - 70125 BARI ☎ 080-542.54.12 - Fax 080-542.64.32



Intranet <http://10.0.0.222> - Internet <http://www.itispanetti.it> - email : BATF05000C@istruzione.it

Laboratorio di Telecomunicazioni

Classe: V^A E.T. A 2007/2008

Alunni: Donato Troccoli, Vincenzo Colangiuli

Prof. Ettore Panella

SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER. ANALISI DELLE COMPONENTI ARMONICHE DI UN SEGNALE AD ONDA QUADRA BIPOLARE

Lo sviluppo in serie di Fourier stabilisce che una funzione periodica $f(t)$ di periodo T si può scomporre nella somma di segnali sinusoidali, denominati armoniche, di frequenza multipla di quella del segnale $f(t)$ con ampiezze decrescenti.

E' stata presa in esame la funzione che rappresenta un'onda quadra bipolare di ampiezza A e periodo T , dispari. In questo caso lo sviluppo in serie di Fourier si esplicita nella seguente espressione:

$$f(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega t)}{n}; \quad \text{per tutti gli } n \text{ dispari.}$$

Nella maggior parte dei casi è sufficiente fermarsi alla 5° o 6° armonica, per poter ricostruire abbastanza bene il segnale originale.

In questo caso sono state utilizzate la 1°, 3°, 5°, 7° e 9° armonica essendo il segnale una funzione dispari.

Applicando la precedente formula e supponendo $A = 1V$ ed $f = 1KHz$, si ricava per l'ampiezza delle armoniche i seguenti valori:

- 1° armonica : 1.27 V;
- 3° armonica: 0.42 V;
- 5° armonica: 0.25 V;
- 7° armonica: 0.18 V;
- 9° armonica : 0.14 V.

La frequenza di ciascuna armonica corrisponde al numero dell'armonica stessa in KHz.

Sommando le varie armoniche con le proprie frequenze e ampiezze è possibile ricostruire il segnale originario cioè l'onda quadra bipolare.

L'analisi di Fourier è stata sviluppata in tre ambienti software differenti:

- PSpice
- Electronic Workbench
- Excel.

Ambiente PSpice

Nella seguente figura 1 si riporta il circuito in ambiente PSpice per l'analisi Fourier:

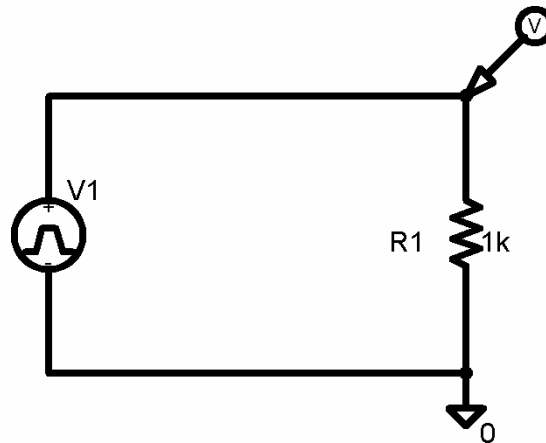


Fig. 1

Al generatore V1 di tipo VPULSE sono stati assegnati i seguenti parametri :

- $V_1 = 1 \text{ V}$;
- $V_2 = -1 \text{ V}$;
- $T_D = 0 \text{ s}$ (tempo di ritardo o delay);
- $T_R = 0 \text{ s}$ (tempo di salita o rise time);
- $T_F = 0 \text{ s}$ (tempo di discesa o full time);
- $P_W = 0.5 \text{ ms}$ (durata del livello alto);
- $PER = 1 \text{ ms}$ (periodo);
- $DC = 0 \text{ V}$ (componente continua);
- $AC = 0 \text{ V}$.

Si sono impostati i seguenti valori per poter effettuare l'analisi ai transienti :
dal menù Analisis/Setup/Transient si pone: Print step = $20\mu\text{s}$ e Final time = 2ms .

Dopo aver salvato il progetto e aver creato la "netlist" dal menù Analisis si è effettuata la simulazione pigiando il tasto F11 della tastiera e quindi visualizzando il segnale ad onda quadra bipolare come in figura 2:

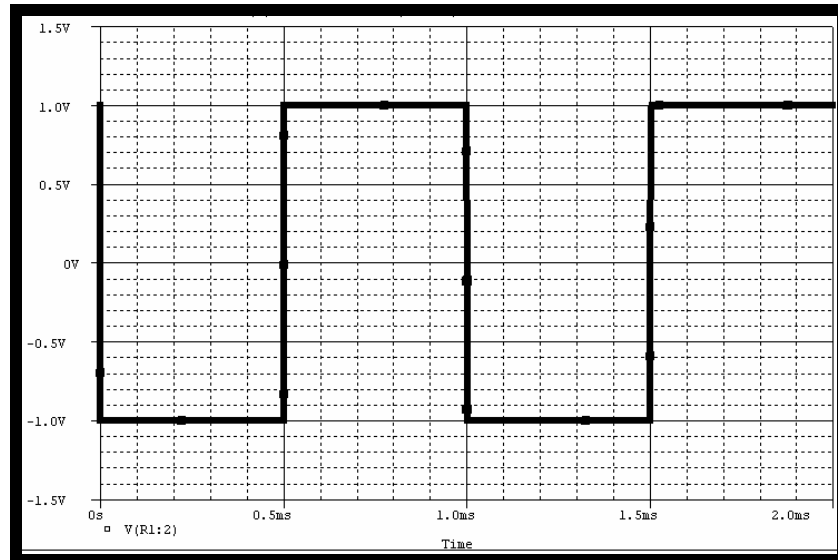


Fig. 2 Onda quadra bipolare

Si è visualizzato lo spettro in frequenza del segnale attraverso il menù **Trace/Fourier** , ottenendo il risultato di fig. 3:

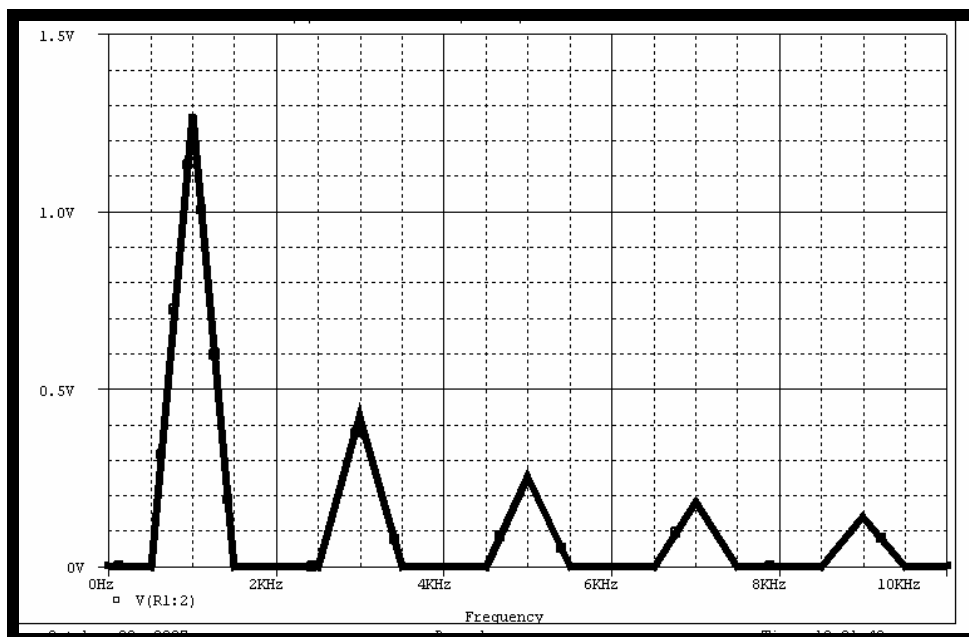


Fig. 3 Spettro di frequenza del segnale ad onda quadra

Si possono notare le 5 armoniche che compongono il segnale, ciascuna con la propria frequenza, crescente all'aumentare delle armoniche e ampiezza decrescente.

In fig. 4 è riportato lo schema per la visualizzazione della sola 1° armonica o fondamentale :

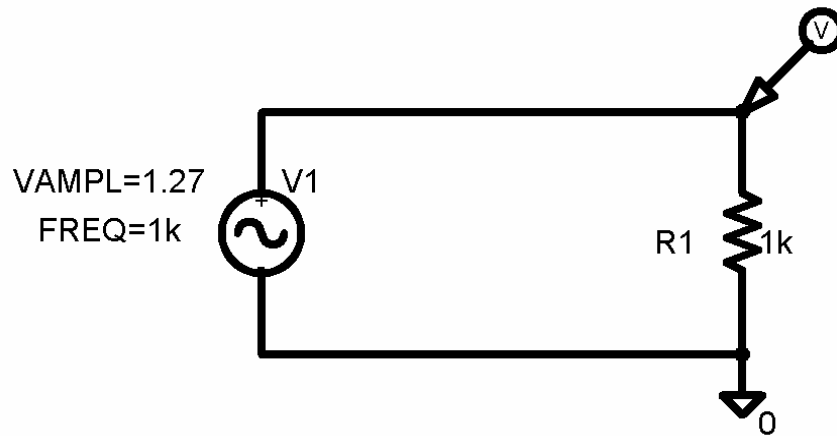


Fig. 4

Si è visualizzata la 1° armonica come mostrato in fig. 5:

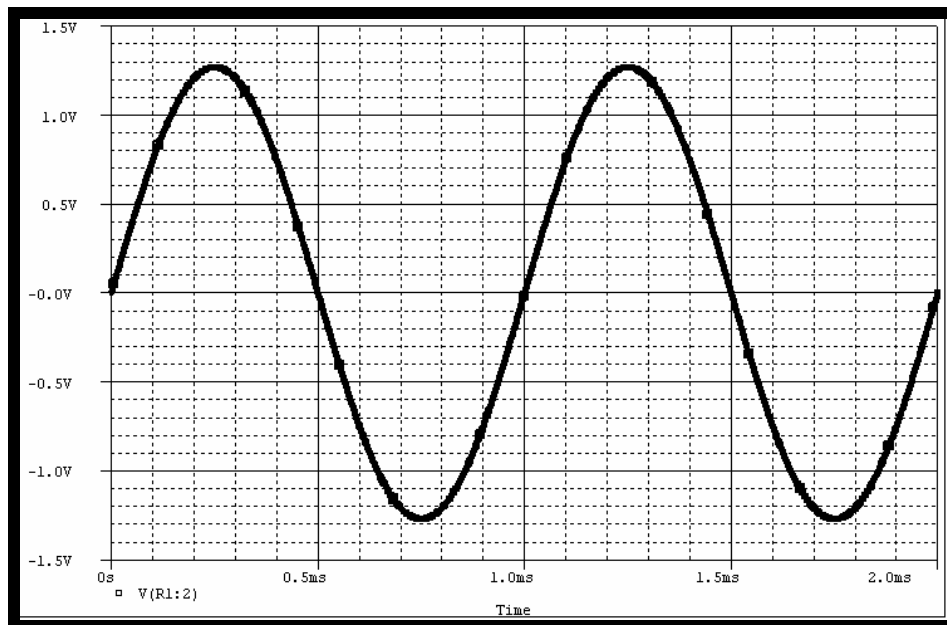


Fig. 5

Nella fig. 6 è riportato lo schema in cui vengono sommati due generatori sinusoidali equivalenti alla 1° e 3° armonica :

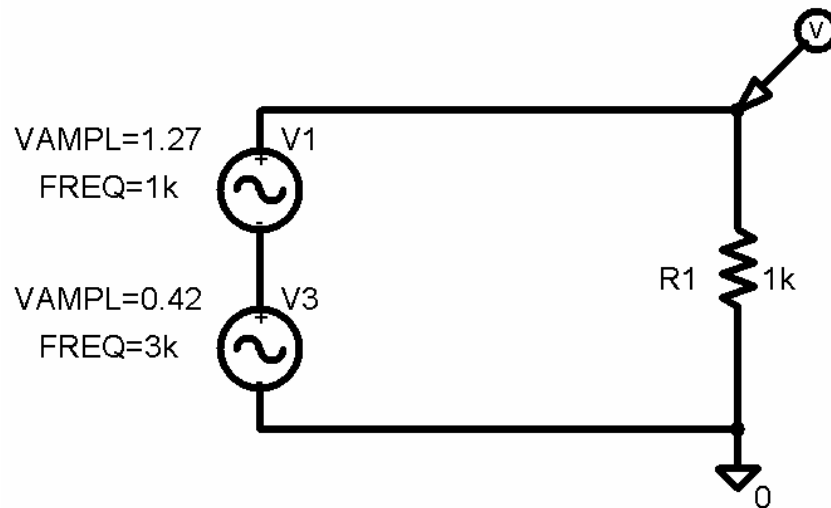


Fig. 6

Si è visualizzata la somma delle due armoniche come mostrato in figura 7:

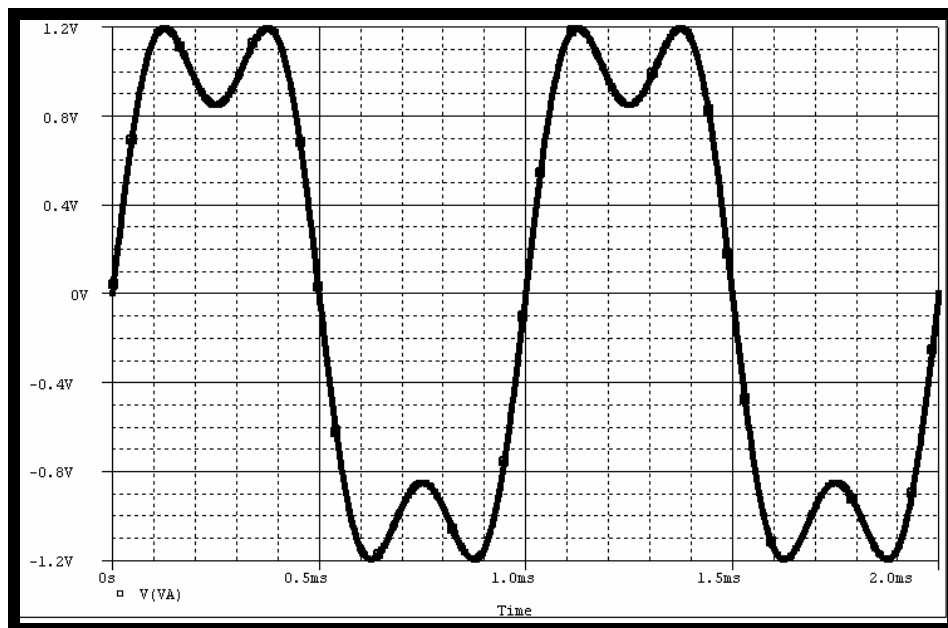


Fig. 7 Risultato della somma di 2 armoniche.

Successivamente si è aggiunto un altro generatore di onde sinusoidali corrispondente alla 5^o armonica realizzando il seguente schema :

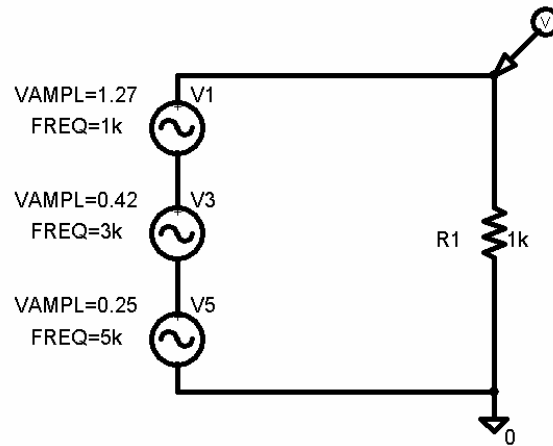


Fig. 8

Si ricava, per la somma della 1°, 3° e 5° armonica la seguente forma d'onda :

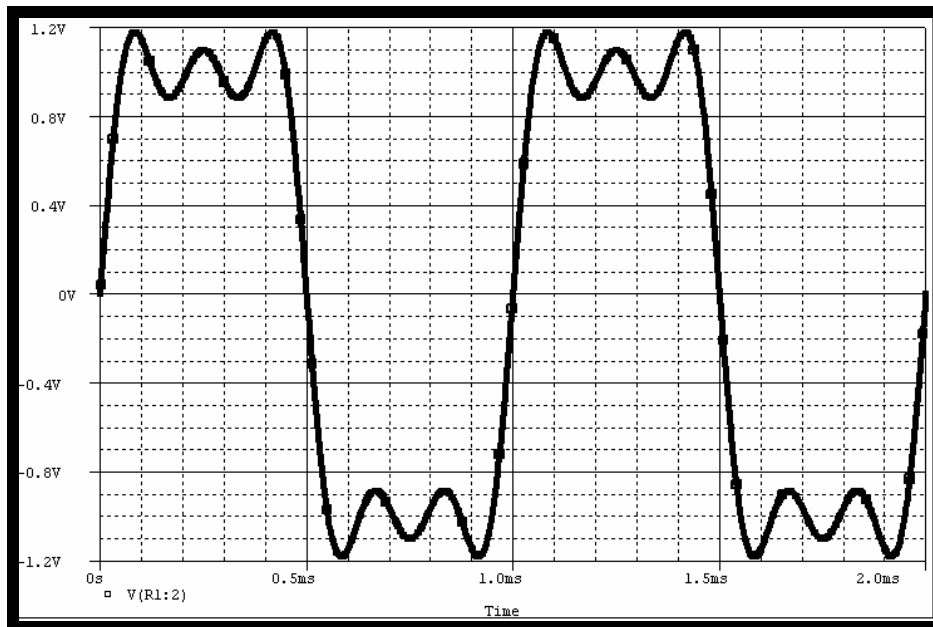


Fig. 9 Risultato della somma di 3 armoniche.

Di seguito si mostra lo schema per effettuare la somma della 1°, 3°, 5° e 7° armonica:

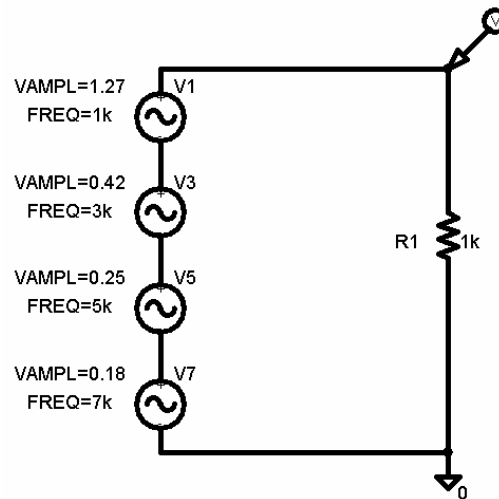


Fig. 10

Nella fig. 11 si mostrano singolarmente la 1°, 3°, 5° e 7° armonica ciascuna con la propria frequenza e ampiezza:

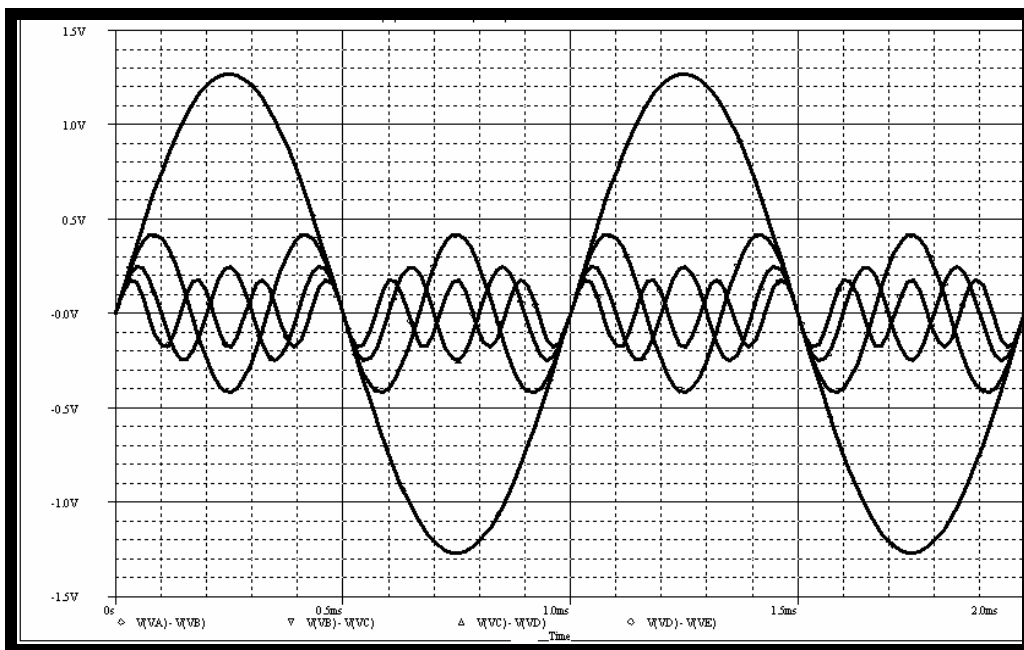


Fig. 11 Andamento temporale della 1°, 3°, 5° e 7° armonica.

In fig. 12 si mostra la loro somma:

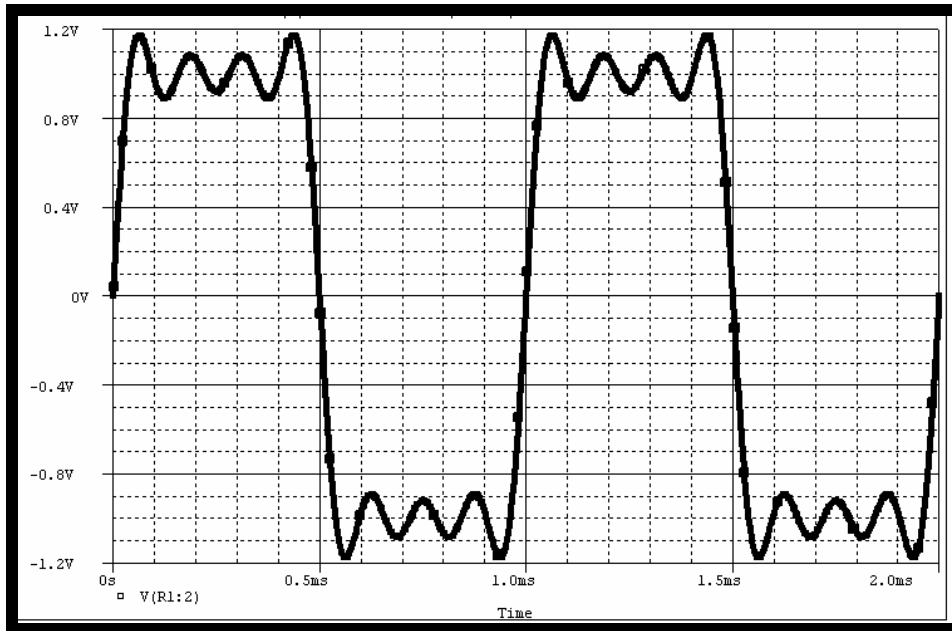


Fig. 12 Segnale somma della 1°, 3°, 5° e 7° armonica.

Infine si è aggiunta la 9° armonica come si può osservare dallo schema di fig. 13.

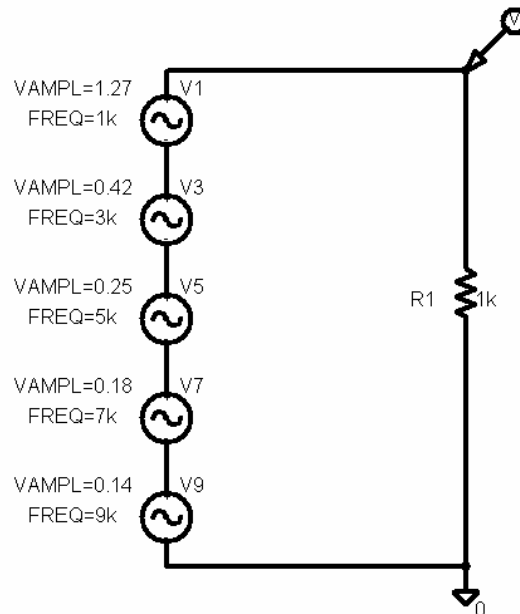


Fig 13

Nel grafico seguente si mostra la somma di tutte le armoniche utilizzate :

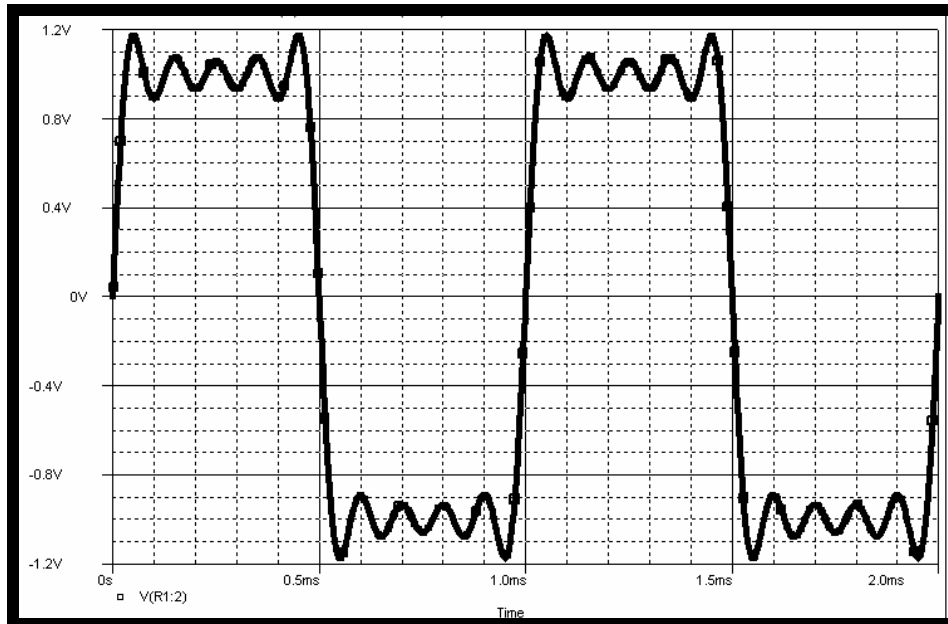


Fig. 14 Segnale somma della 1° , 3° , 5° , 7° e 9° armonica.

Si può facilmente notare che sommando più armoniche è possibile ricostruire, sempre con maggiore precisione, il segnale originario.

In questo caso l'analisi armonica di Fourier è stata effettuata fino alla 9° armonica, ma si potrebbe proseguire l'analisi aggiungendo altre armoniche, in modo tale da aumentare la precisione nella ricostruzione del segnale.

Ambiente Electronic Workbench

Si è partiti costruendo lo schema di figura 15 , per poter visualizzare il segnale originale :

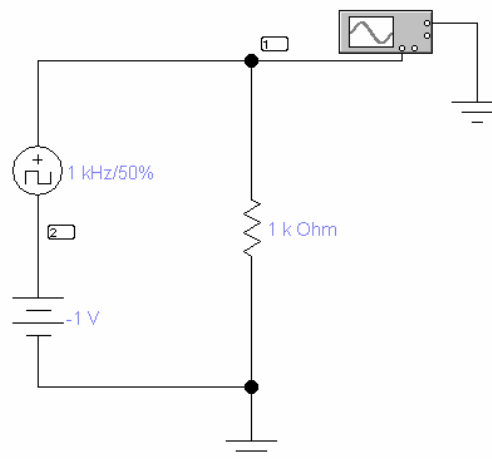


Fig. 15

Al generatore di onde quadre sono stati attribuiti i seguenti parametri :

Frequency = 1 KHz ; Duty cycle = 50% ; Voltage = 2 V.

Si è inserito in serie al generatore di onde quadre un generatore di tensione costante con valore di tensione pari a -1 V , in modo da rendere l'onda bipolare. Di ampiezza $A = 1\text{ V}$.

Si mostra l'onda quadra bipolare, visualizzata tramite l'oscilloscopio, dopo aver messo in pausa la simulazione:

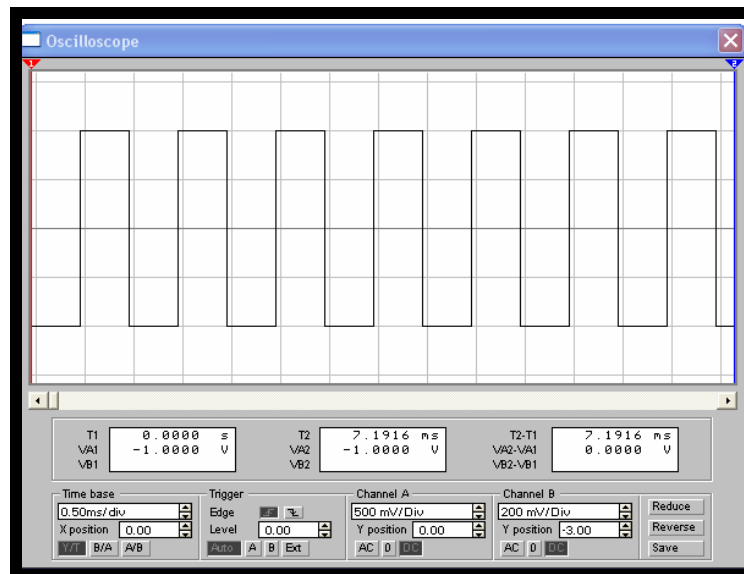


Fig. 16

Dopodichè si è visualizzato lo spettro in frequenza del segnale utilizzando il menù **Analysis/Fourier**/nella casella del campo "number of harmonics" si è inserito il n° 9, e quindi **Simulate**; modificando adeguatamente le specifiche degli assi , verticale ed orizzontale , si è ottenuto lo spettro in frequenza del segnale , come si può osservare in figura 17:

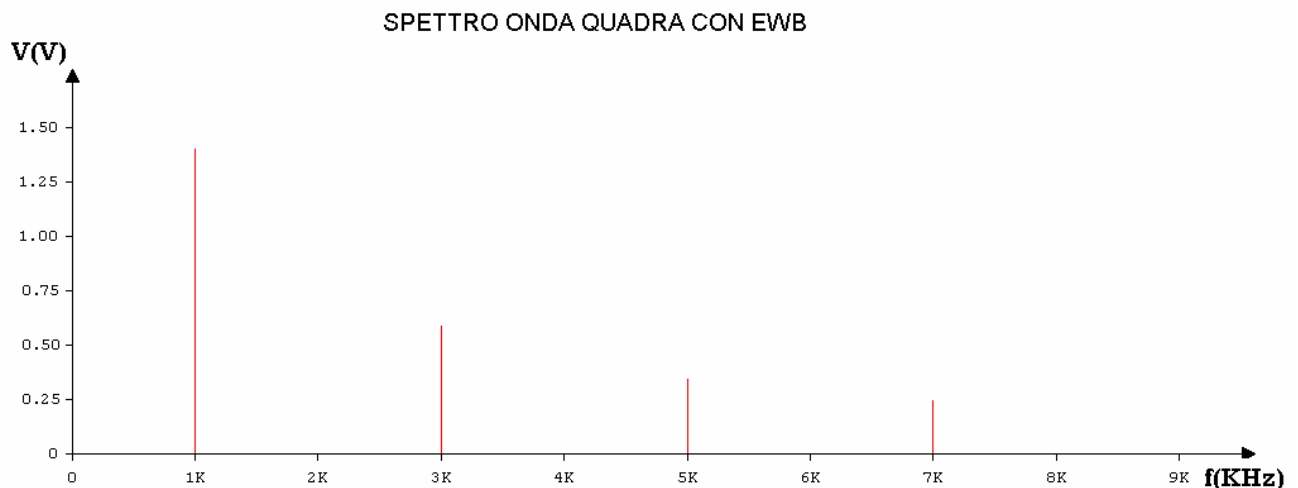


Fig. 17 Anali di Fourier del segnale ad onda quadra.

Si mostra lo schema per la visualizzazione della 1° armonica:

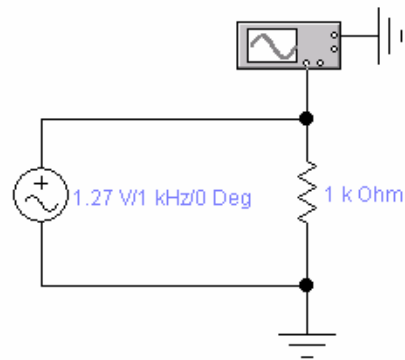


Fig. 18

Si visualizza la 1° armonica:

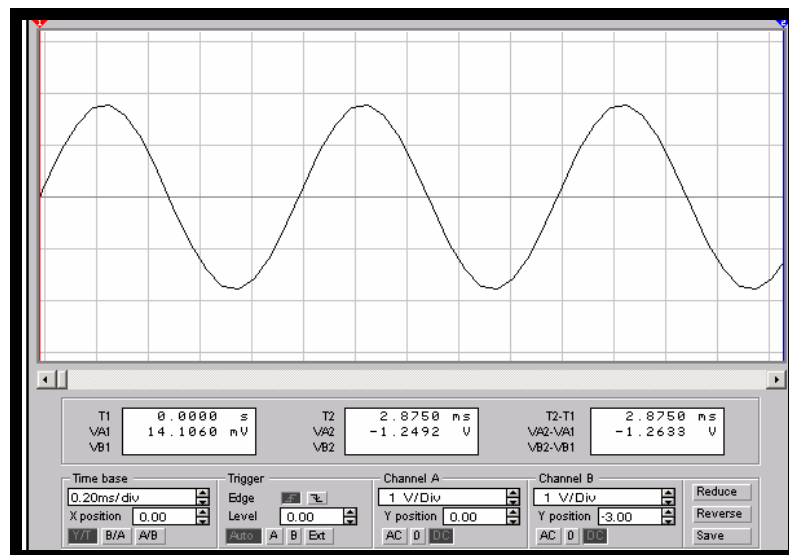


Fig. 19

Successivamente si sono aggiunti due generatori di onde sinusoidali corrispondenti in ampiezza e frequenza alla 3° e 5° armonica :

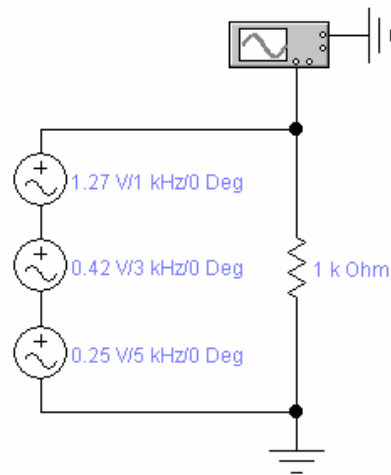


Fig. 20

Ottenendo come somma il seguente segnale:

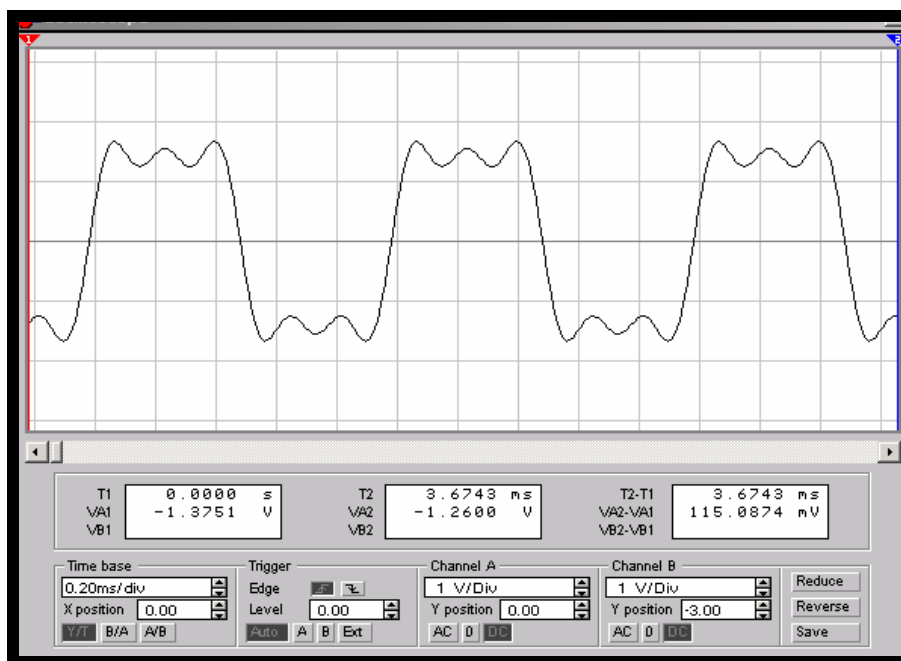


Fig. 21

Infine, si sono sommate tutte le armoniche 1°, 3°, 5°, 7° e 9°, con lo schema di fig.22:

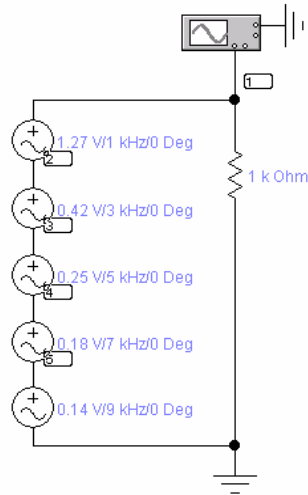


Fig.22

Si ottiene la somma di tutte le armoniche utilizzate. È possibile osservare che è stato ricostruito il segnale originale in maniera ottimale.

:

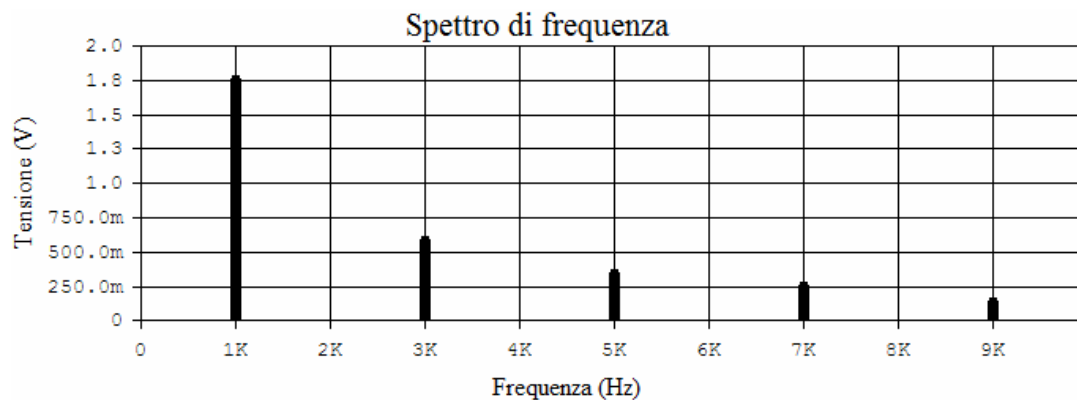
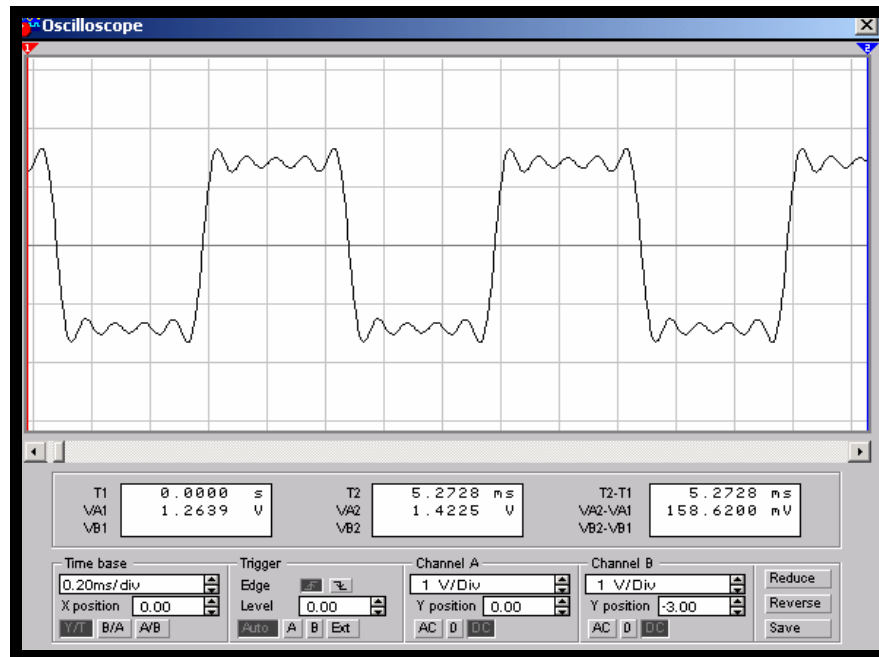


Fig. 23

Ambiente EXCEL

Infine si è effettuato lo studio della serie di Fourier per l'onda quadra bipolare in oggetto, utilizzando il metodo iterativo con il foglio elettronico.

Si è creata una tabella come mostrato di seguito:

Δt	f_1	A_1	f_3	A_3	f_5	A_5	f_7	A_7	f_9	A_9	
ms	KHz	V	KHz	V	KHz	V	KHz	V	KHz	V	
0,0628	1	1,27	3,00	0,42	5	0,25	7	0,18	9	0,14	
t	$\omega_1 t$	$V_1(t)$	$\omega_3 t$	$V_3(t)$	$\omega_5 t$	$V_5(t)$	$\omega_7 t$	$V_7(t)$	$\omega_9 t$	$V_9(t)$	VT (t)
ms	rad	V	rad	V	rad	V	rad	V	rad	V	V
0	1a	1b	3a	3b	5a	5b	7a	7b	9a	9b	Tot
T											

La prima colonna a partire da sinistra corrisponde all'incremento del tempo Δt , cioè all'asse dei tempi e per poterlo calcolare, si è applicata alla cella **T** la seguente formula: " $= 0 + 0,0628(\text{riferimento assoluto})$ ";

La seconda colonna mostra l'andamento della frequenza, della prima armonica, misurata in radianti, che è pari ad $\omega_1 * t$, cioè $2 * \pi * f_1 * t$, quindi alla cella **1a** si è applicata questa formula: " $6.28 * 0 * 1(\text{riferimento assoluto})$ ";

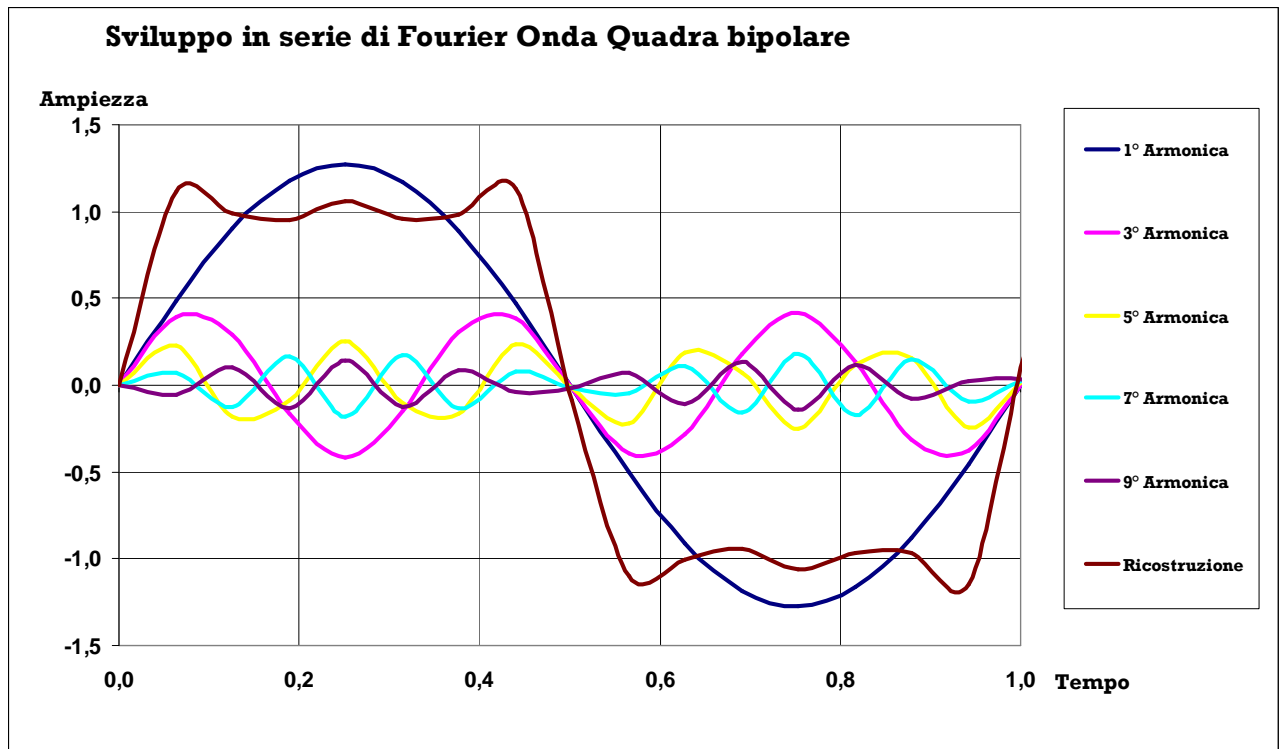
La terza colonna riguarda l'andamento dell'ampiezza della prima armonica nel tempo, e rispettando l'espressione $A_1 = 1,27 * \text{sen}(\omega_1 * t)$, nella cella **1b** è stata immessa la seguente formula: " $= 1,27(\text{riferimento assoluto}) * \text{sen}(1^{\circ} a)$ ".

Tutte le formule utilizzate per il calcolo della frequenza e dell'ampiezza della 1° armonica sono le stesse che sono state utilizzate per il calcolo della frequenza e ampiezza della 3°, 5°, 7° e 9° armonica, ovviamente modificando i valori relativi ad ogni singola armonica.

L'ultima colonna corrisponde all'andamento dell'ampiezza del segnale somma di tutte le ampiezze delle varie armoniche, nel tempo, quindi la formula immessa nella cella **Tot** è la seguente: " $= 1b + 3b + 5b + 7b + 9b$ ".

Una volta immesse tutte le formule, è bastato selezionare tutte le celle con le formule e trascinarle verso il basso per 100 righe, per ottenere i diversi valori calcolati al variare del tempo.

Per completare il tutto si è costruito il grafico attraverso la funzione Inserisci Grafico, scegliendo il tipo Dispersione XY, avente sull'asse Y il tempo Δt e sull'asse X le ampiezze A_1, A_3, A_5, A_7, A_9 e V_t . Il risultato è visualizzato nel grafico seguente.

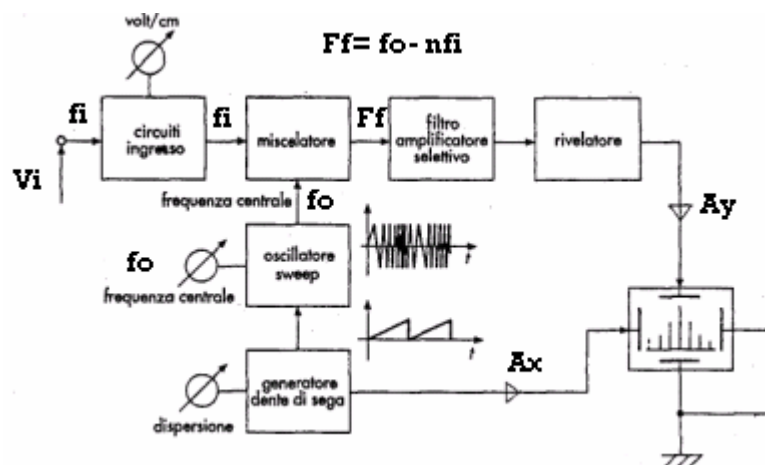


STUDIO DELL'ANALIZZATORE DI SPETTRO

L'analizzatore di spettro è uno strumento in grado di fornire, sullo schermo di un oscilloscopio, lo spettro di frequenze di una generica forma d'onda.

L'immagine riportata sullo schermo di un tubo a raggi catodici, rappresenta i due assi, ordinata e ascissa, sulle ascisse sono riportate le frequenze della fondamentale e delle armoniche di una forma d'onda, invece in ordinata, in corrispondenza di dette frequenze, compaiono dei segmenti di ampiezza proporzionale a quella delle armoniche della forma d'onda.

Si riporta lo schema a blocchi dell'analizzatore di spettro a conversione di frequenza.



Di seguito è riportata la descrizione di ogni blocco dello schema:

Circuiti di ingresso : amplificano o attenuano il segnale di ingresso, per portarlo al valore ottimale per il pilotaggio degli stadi successivi.

Generatore di dente di sega: è il circuito che genera la base dei tempi di un oscilloscopio. Il segnale a dente di sega viene inviato alle placche di deflessione orizzontale di un tubo a raggi catodici e anche ad un oscillatore a frequenza variabile.

Oscillatore a frequenza variabile (oscillatore di sweep): produce una serie di frequenze successive, che permettono all'analizzatore di eseguire automaticamente la ricerca delle armoniche del segnale di ingresso. La variazione di frequenza dell'oscillatore viene comandata dal segnale a dente di sega, in modo tale da garantire che l'intero campo di spazzolamento di frequenza risulti compreso nel periodo di scansione orizzontale e si stabilisce un rapporto tra la frequenza di deflessione e quella delle armoniche visualizzate.

Miscelatore o mixer : E' un circuito che presenta due ingressi e una uscita, in uscita presenta un segnale di frequenza composita, nel quale sono presenti componenti a frequenza uguale a quella di ciascuno dei due ingressi, alla loro somma e alla loro differenza.

Filtro-amplificatore selettivo: E' un circuito formato da un filtro passabanda molto selettivo e a frequenza fissa, e da un amplificatore selettivo a banda stretta che lavora sulla medesima frequenza.

Rivelatore: E' un circuito in grado di rivelare l'ampiezza delle armoniche alle varie frequenze, che viene applicata mediante un amplificatore, alle placche di deflessione verticale del tubo a raggi catodici.

Descrizione del funzionamento:

Il segnale di ingresso V_i viene traslato in frequenza tramite il mixer, che opera una conversione di frequenza generando, sulla sua uscita, un segnale con una oscillazione pari alla differenza $f_o - f_i$: quando si verifica la condizione per cui tale valore risulta uguale alla frequenza centrale del filtro passa-banda, ossia $f_o - f_i$ in uscita dall'amplificatore, si ottiene un impulso di ampiezza proporzionale al livello del segnale di ingresso. Tale impulso viene rivelato e dopo essere stato amplificato e filtrato, viene inviato al sistema di deflessione verticale del tubo catodico per la visualizzazione sullo schermo.

Variando la frequenza dell'oscillatore locale si determina, per mezzo del mixer, la traslazione in frequenza del segnale di ingresso, che viene fatto variare attraverso la banda passante del filtro, consentendo di effettuare la scansione automatica dello spettro da analizzare.

Il principale svantaggio dell'analizzatore di spettro a conversione di frequenza consiste nel fatto che la scansione dello spettro avviene un pezzo alla volta. Questo implica che la misurazione non mantiene la relazione di fase esistente fra le diverse componenti spettrali; perciò l'uso dello strumento è limitato all'analisi di segnali periodici.

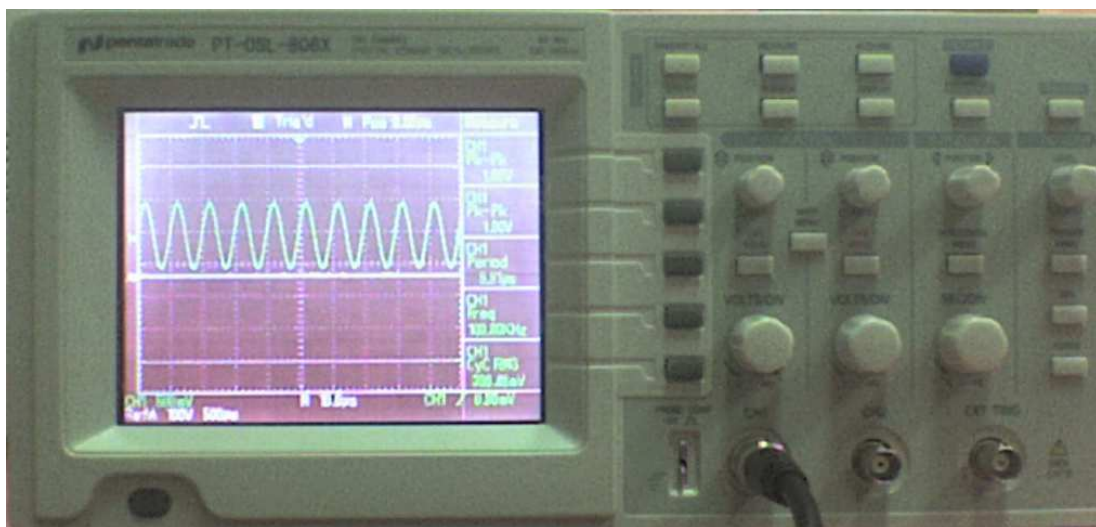
Strumentazioni in grado di mantenere l'informazione relativa alla fase sono l'analizzatore di spettro di tipo multicanale e l'analizzatore di spettro FFT.

ANALISI CON ANALIZZATORE DI SPETTRO

L'analizzatore di spettro utilizzato è un ANRITSU MS610B/J con una banda di frequenza che va dai 10 kHz ai 2 GHz e può analizzare segnali periodici con valore efficace minore o uguale a 2 V. Oltre all'analizzatore di spettro, si sono usati un oscilloscopio PENTATRADE PT-OSL-806X, un connettore tipo F per l'analizzatore di spettro, un connettore BNC e un connettore T BNC. Per prima cosa si è impostato e visualizzato il segnale di ingresso onda quadra, collegando il generatore di funzioni all'oscilloscopio con il connettore BNC, a sua volta collegato con uno di tipo T. Il segnale di ingresso presenta le seguenti caratteristiche:

$$V_I = 2 \text{ Vpp};$$

$$f = 1 \text{ MHz}.$$

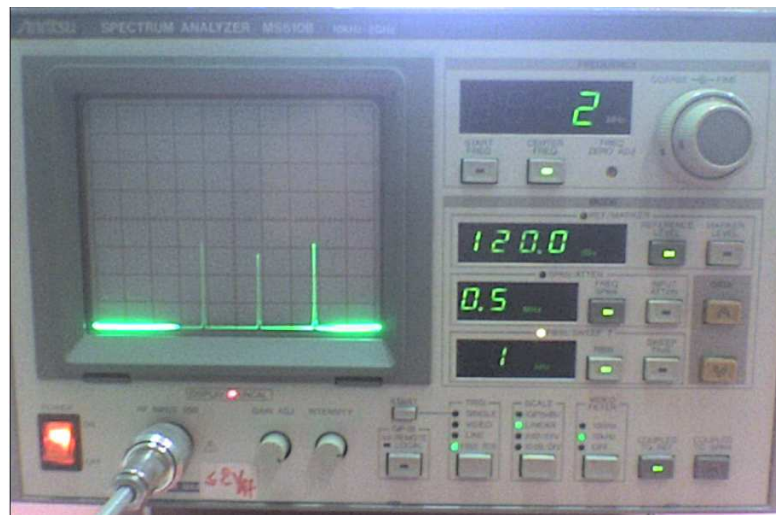


Generatore di funzioni ESCORT EFG-3210



Inizialmente accendendo l'analizzatore di spettro, si è potuto osservare che il marker si è posizionato sulla frequenza centrale F_0 dell'analizzatore, risultata pari a 2 MHz.

Dopo aver visualizzato sullo schermo dell'oscilloscopio che il generatore emette un segnale sinusoidale a 1MHz, si è collegato il connettore all'analizzatore, e si è potuto osservare sullo schermo dell'analizzatore di spettro la presenza di una barra verticale di una certa ampiezza e frequenza che corrisponde proprio al segnale emanato dal generatore di funzioni.



Successivamente si è inviata un'onda quadra bipolare con ampiezza 1V e frequenza 1MHz, e sullo schermo dell'analizzatore di spettro è stato possibile osservare lo spettro di tale segnale, cioè l'armonica fondamentale e le altre varie armoniche che lo compongono, come è possibile osservare nell'immagine di seguito:



Per poter analizzare lo spettro e cioè per poter ricavare l'ampiezza e la frequenza di ogni singola armonica si sono utilizzati i comandi presenti sul pannello frontale nel seguente modo:

per prima cosa si è selezionata dal riquadro SCALE, la scala di visualizzazione lineare, la scala selezionata è stata indicata dall'accensione del LED corrispondente.

Si è fatto in modo di visualizzare la frequenza centrale sulla posizione centrale dello schermo attraverso il pulsante CENTER FREQ, della sezione FREQUENCY dei comandi, in modo da poter osservare le varie armoniche a partire dal centro dello schermo;

Per poter misurare l'ampiezza delle armoniche, si è fatto in modo di portare l'ampiezza dell'armonica da misurare, sino al valore massimo di visualizzazione dello schermo e cioè a 8 divisioni, pigiando sul comando REFERENCE LEVEL della sezione REF/MARKER dei comandi, e pigiando sul comando DATA superiore per aumentare la lunghezza verticale dell'armonica; in questo modo è stato possibile leggere il valore dell'ampiezza dell'armonica direttamente sul display di questa sezione comandi, ottenendo la misurazione dell'ampiezza in dB μ V;

Invece per poter misurare la frequenza corrispondente alle varie armoniche si è impostato, attraverso il comando FREQ SPAN della sezione comandi SPAN/ATTEN e aumentando o diminuendo tramite i comandi DATA, il valore di frequenza corrispondente alle 10 divisioni orizzontali dello schermo; in questo modo è semplice misurare la frequenza corrispondente ad una armonica: basta individuare la posizione dell'armonica come numero di divisioni orizzontali dello schermo e moltiplicarlo per il valore di frequenza corrispondente alle 10 divisioni orizzontali diviso per 10.